

Sur les Familles Triples Infinitésimales Attachées aux Familles Triples de Lie

Takayuki NÔNO

(Reçu le 20 septembre 1960)

Récemment M^{lle} P. LIBERMANN a développé une théorie des pseudogroupes infinitésimaux dans les travaux [1] et [2].⁽¹⁾ Cet exposé contient une généralisation d'une partie des résultats concernant les pseudogroupes infinitésimaux attachés aux pseudogroupes de Lie. On définira dans le paragraphe 1 «famille triple» et «famille triple infinitésimale» respectivement en généralisant «pseudogroupe» et «pseudogroupe infinitésimal». On démontrera dans les paragraphes 2 et 3 un théorème concernant les familles triples infinitésimales attachées aux familles triples de Lie; de plus, dans le paragraphe 4 on abordera la question des familles triples infinitésimales attachées à des prolongements de familles triples de Lie.

Pour terminer, à M. le professeur K. MORINAGA, j'exprime la plus grande gratitude, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour ses excellents conseils.

1. Définitions et notations. — Soit V_n une variété différentiable de classe C^∞ , de dimension n . Pour toute application f de U sur $f(U)$, U et $f(U)$ seront dits source et but de f respectivement.

DÉFINITION 1. — \mathcal{O} étant l'ensemble des ouverts d'une topologie \mathcal{O} sur V_n , une famille triple de transformations Φ opérant sur une variété V_n est un ensemble de transformations vérifiant les axiomes suivants:

1° tout $f \in \Phi$ est une application différentiable et biunivoque dont la source et le but appartiennent à \mathcal{O} ;

2° si $U = \bigcup_i U_i$, pour qu'une application biunivoque f , de source U , de but $f(U) \subset V_n$ appartienne à Φ , il faut et il suffit que sa restriction à chaque U_i appartienne à Φ ;

3° si $f \in \Phi$, alors $f^{-1} \in \Phi$; si $f, g \in \Phi$, alors l'application composée $f^{-1} \circ g \circ f^{-1} \in \Phi$.

4° l'application identique de V_n appartient à Φ .

DÉFINITION 2. — Soit $J^q(\Phi)$ l'ensemble des q -jets infinitésimaux $j^q f$, définis par tous les $f \in \Phi$. Une famille triple Φ sur une variété sera dite complet d'ordre q , si Φ est l'ensemble des solutions de $J^q(\Phi)$ (il est alors complet pour $s > q$).

(1) Les numéros entre crochet renvoient à la bibliographie située à la fin de cet article.