J. Sci. Hiroshima Univ. Ser. A-I
28 (1964), 209-221

Sur les Champs de Tensions

Takayuki Nôno

(Reçu le 21 septembre 1964)

Nous nous proposons, dans ce travail, d'étudier les problèmes aux limites pour les champs de tensions sur les sous-domaines finis de l'espace euclidien, dont les bords sont constitués par un nombre fini de composants. Quelques résultats sont obtenus en utilisant ceux qui ont été établis pour les champs harmoniques sur les variétés finies riemanniennes par G. F. Duff et D. C. Spencer [2]. Ils mettent en évidence quelque relation entre les champs de tensions et les propriétés homologiques de la variété finie. Cette étude se rattache à celles de Y. Yamamoto [10], G. Rieder [8] et M. E. Gurtin [3].

1. Définitions et notations.—Soit E^n l'espace euclidien de dimension n pourvu du système de coordonnées cartésiennes assigné x^i; dans tout ce qui suit, V désignera une sous-variété finie de E^n, c'est-à-dire un sous-domaine compact qui est une variété à bord régulier(1), régulièrement plongée dans E^n. Autrement dit, c'est une variété riemannienne à bord régulier, connexe, compacte, de dimension n et différentiable de classe C^∞, dont le bord ∂V est une variété sans bord de dimension $n-1$ et de classe C^∞, qui est régulièrement plongée dans E^n et qui est constituée par un nombre fini de composants. La métrique de V sera induite par celle de E^n et le bord ∂V est lui-même une variété riemannienne de classe C^∞ pour la métrique induite par celle de V. Pour la variété V, on pourra utiliser les résultats relatifs à l'homologie des variétés différéntiables ([6], [7]).

ϕ étant une forme différentielle de classe C^∞ définie dans un voisinage de ∂V, nous désignerons par $t\phi$ (*composante tangentielle*) la forme induite par ϕ sur ∂V ([4]). En outre, ϕ étant une forme différentielle de degré p et de classe C^∞ définie sur ∂V, on dit, originellement doué de A. W. Tucker, que ϕ est *admissible* comme une composante tangentielle des formes fermées sur V, si elle est fermée sur ∂V et a des périodes nulles pour tous les p-cycles dans ∂V qui bordent dans V ([2]).

$R_p(V)$ désignant le nombre de Betti de degré p de la variété V, et $R_p(V, \partial V)$ le nombre de Betti de degré p de V (mod ∂V), on sait, d'après le théorème de dualité par S. Lefschetz, que $R_p(V, \partial V)=R_{n-p}(V)$.

Pour les définitions et les notations relatives aux formes différentielles, nous adoptons toujours celles de G. de Rham [7]. Pour la théorie des formes

(1) Pour une définition plus précise du bord régulier, voir, par exemple, J. Lelong-Ferrand [4]. Plus généralement, pour la topologie des variétés différentiables, voir J. R. Munkres [6].