HIROSHIMA MATH. J.
1 (1971), 123-143

Sur les Noyaux d'Ordre Fractionnaire Associés au Noyau de Dirichlet

Masayuki ITO

(Received February 10, 1971)

Introduction

Soit X un espace localement compact à bace dénombrable, et soit ξ une mesure de Radon positive et partout dense dans X. Rappelons qu'un noyau de Dirichlet (relatif à X et à ξ) est un noyau d'espace de Dirichlet au sens de A. Beurling et J. Deny (cf. [1]). Dans cette note, on se propose de montrer l'existence des noyaux d'ordre fractionnaire associés au noyau de Dirichlet. Cela est une généralisation des noyaux de Riesz-Frostman dans la théorie du potentiel. En utilisant la même manière que dans [4], pour un noyau de Dirichlet N, on fournira un cône convexe des noyaux de Dirichlet qui contient tous les noyaux d'ordre fractionnaire associés au noyau N.

1. Préliminaires

Commençons avec quelques notations. On désigne par L^2 l'espace hilbertien des fonctions ξ-mesurables dans X, à valeurs réelles et dont les carrés sont sommables, et muni de la norme usuelle. M_K est la totalité des fonctions ξ-mesurables, bornées dans X, à valeurs réelles et à support compact, et M_K^+ est son sous-ensemble des fonctions non-négatives. C_K est l'espace des fonctions finies, continues dans X et à support compact, et muni de la topologie usuelle. On désigne aussi par C_K^+ son sous-ensemble des fonctions non-négatives.

Noyaux: Soit E la σ-algèbre constituée par tous les ensembles ξ-mesurables sur X. Un noyau (relatif à X et à ξ) est, par définition, une application de $E\times E$ sur l'intervalle fermé $[0, \infty]$ telle que, quel que soit e_0 un ensemble relativement compact de E, les applications $E \ni e\rightarrow N(e_0, e)$ et $E \ni e\rightarrow N(e, e_0)$ soient complètement additives et absolument continues par rapport à la mesure ξ. Il est symétrique si, quels que soient e_1 et e_2 de E, $N(e_1, e_2) =N(e_2, e_1)$. Voir [5].

Potentiels: Pour une fonction f de M_K^+ et pour un ensemble e de E, l'intégrale $\int f(y)N(e, dy)$ a un sens, et l'application $E \ni e\rightarrow\int f(y)N(e, dy)$ est com-