HIROSHIMA MATH. J.
1 (1971), 339-348

Sur le Balayage Relatif aux Noyaux Composés

Masayuki ITO

(Received September 20, 1971)

Introduction

Soit R^n l'espace euclidien à n dimensions ($n \geqq 1$). On rappelle qu'un noyau de convolution sur R^n est une mesure de Radon positive dans R^n.

Soit $(T_i)_{i=1}^m$ un système de laplaciens généralisés et symétriques dans R^n; supposons que, quel que soit $0<i\leqq m$, il existe un noyau de convolution N_i sur R^n tel que $T_i*N_i=-\varepsilon$, où la signe $*$ représente la convolution au sens des distributions dans R^n et ε est la mesure de Dirac à l'origine 0. Si la convolution $N=N_1*N_2*\cdots*N_m$ a un sens, on pourra considérer le balayage de type nouveau relatif au système $(N_i)_{i=1}^m$ (ou au noyau N), qui est analogue au cas du noyau d'ordre α ($\alpha>2$) (cf. [4]). Pour un ouvert Ω de R^n et pour un point x de R^n, $(\varepsilon_{x,C\Omega}^{(i)})_{i=1}^m$ désigne la système des mesures balayées de ε_x sur $C\Omega$ relativement au système $(N_i)_{i=1}^m$, où ε_x est la measure de Dirac au point x.

On dit que la distribution $T=T_1*T_2*\cdots*T_m$ est résolutive pour le balayage si, quel que soit Ω un ouvert borné de R^n et quel que soit $(f_i)_{i=1}^m$ un système de fonctions boréliennes et bornées sur $C\Omega$,

$$T*h(\cdot\ ; (f_i)_{i=1}^m, \Omega)=0$$

au sens des distributions dans Ω, où

$$h(x; (f_i)_{i=1}^m, \Omega)=\sum_{i=1}^m \int f_i(y)d\varepsilon_{x,C\Omega}^{(i)}(y).$$

Cette note sera consacrée à l'étude de la résolutivité de T pour le balayage. Notre résultat principal est le suivant:

Pour que T soit résolutive pour le balayage, il faut et il suffit que, quel que soit $2\leqq i\leqq m$, T_i soit de la forme

$$T_i=\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{jk}^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k}-c_i\varepsilon,$$

où $a_{jk}^{(i)}=a_{kj}^{(i)}$ et $c_i\geqq 0$ sont constantes.

1. Le balayage

Commençons d'abord avec la définition d'un laplacien généralisé sur R^n,