HIROSHIMA MATH. J.
5 (1975), 293-350

Sur le Principe Relatif de Domination pour les Noyaux de Convolution

Masayuki ITÔ

(Received January 20, 1975)

§0. Introduction et préliminaires

Dans toute la suite X désignera un groupe abélien localement compact et dénombrable à l'infini; ξ sera sa mesure de Haar.

On notera

L_{loc} l'espace vectoriel topologique usual des fonctions localement sommables dans X à valeurs réelles;

$L_p(p\geqq 1)$ l'espace de Banach usuel des fonctions réelles et mesurables f dans X avec $\int|f|^p d\xi<+\infty$;

M_K l'espace vectoriel topologique usuel des fonctions mesurables et bornées dans X à valeurs réelles et à support compact;

C_K l'espace vectoriel topologique usuel des fonctions finies et continues dans X à support compact.

$L^+_{loc},\cdots, C^+_K$ sont respectivement leur sous-ensembles des fonctions non-négatives.

Dans la théorie du potentiel, un noyau de convolution N sur X peut être considéré comme une mesure (de Radon) positive dans X, et pour une mesure réelle μ dans X, le N-potentiel de μ peut être considéré comme la convolution $N*\mu$ dès qu'elle est définie au sens des mesures.

Le noyau de convolution symétrisant avec N par rapport à l'origine s'écrit $\check{N}$ et s'appelle le noyau adjoint de N. Si $N=\check{N}$, alors N est dit *symétrique*. On dit que N est *borné* (resp. *s'annule à l'infini*) si, quelle que soit f de C_K, la fonction $N*f$ est bornée sur X (resp. $N*f(x)$ tend vers 0 avec $x\to\infty$).

Soient N un noyau de convolution sur X et μ une mesure réelle dans X. Si $N*\mu$ a un sens et s'il est absolument continu par rapport à ξ, sa densité s'écrit $N\mu$. Pour une fonction f de L_{loc}, on écrit Nf au lieu de $N(f\xi)$ lorsqu'il a un sens. Il est évident que, pour toute f de M_K, Nf est définie et localement bornée sur X.

Soient N_1 et N_2 deux noyaux de convolution sur X. On dit que N_1 satisfait au *principe de domination relatif* à N_2 (resp. au *principe complet du maximum relatif* à N_2) si, quelles que soient f et g de M^+_K, $N_1 f\leqq N_2 g$ (resp. $N_1 f\leqq N_2 g+1$) presque partout pour ξ (noté désormais ξ-*p.p.*) sur X dés que la même