HIROSHIMA MATH. J.
10 (1980), 271–293

Le problème de Stefan avec conditions latérales variables

Alain DAMLAMIAN et Nobuyuki KENMOCHI

(Reçu le 12 juin 1979)

Le problème de Stefan, c'est-à-dire une modélisation mathématique simplifiée de phénomènes de changement de phases, a été étudié par de nombreux auteurs (cf. Oleinick [15], Kamenomostskaïa [10], Rubinstein [16], Cannon-Primicerio [5], Friedman [9] et leurs bibliographies). On sait que le problème de Stefan à plusieurs phases en dimension d'espace supérieure à 1, admet une formulation faible comme inéquation variationnelle d'évolution de type dégénéré (cf. Brézis [4], Damlamian [8]).

On entreprend ici l'étude de ce problème dans le cas où les conditions latérales dépendant du temps, y compris la partie de la frontière latérale correspondant à la donnée de Dirichlet non homogène. Il s'agit alors d'un problème nouveau dont la résolution nécessite l'utilisation d'inéquations variationnelles plus générales que dans Damlamian [6], et qui ont été introduites sous forme abstraite dans Kenmochi-Nagai [13].

Pour fixer les idées considérons le problème à deux phases dans un ouvert borné régulier Ω (on néglige comme d'habitude les variations de volume).

Une normalisation de la température θ permet de ramener à $\theta=0$ la température de changement de phases, et chaque phase est alors incluse dans $\{\theta\leqq 0\}$ et $\{\theta\geqq 0\}$ respectivement.

La formulation classique est alors la suivante: on cherche θ distribution de température dans $Q=(0, T)\times\Omega$ et l'interface S (une hypersurface "régulière" dans Q) tels que

(i) dans $Q-S$, θ vérifie une équation de la chaleur s'écrivant

$$\rho(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial t}-\Delta\theta=f$$

(f terme de chauffage interne), où $\rho(\theta)$ est une fonction thermodynamique strictement positive (qui intègre la conductivité thermique et la chaleur massique, toutes deux dépendant de la température);

(ii) sur l'interface S (qui est une surface libre) deux conditions soient satisfaites: $\theta=0$ et la condition de conservation de l'énergie

$$b\cos(\vec{\nu}, \vec{t})-\sum_i\left[\frac{\partial\theta}{\partial x_i}\right]_S\cos(\vec{\nu}, \vec{x}_i)=0,$$