C. YUEN
KŌDAI MATH. SEM. REP.
28 (1977), 197—210

SUR LES FIBRES TANGENTS D'ORDRE 2

BY CHRISTOPHE YUEN

Dans ce article on généralise aux fibrés tangents d'ordre 2 les résultats sur les relèvements de dérivations aux fibrés tangents [4]. Si M est une variété différentiable de dimension finie, on désigne par $\tau_2(M)=(T_2M, \pi, M)$ le fibré tangent d'ordre 2 de M. On associe à toute dérivation D de l'algèbre tensorielle $\mathcal{T}(M)$ des champ de tenseurs sur M, une dérivation D^{II} de $\mathcal{T}(T_2M)$, appelée le relèvement de D à T_2M. L'application $D \to D^{II}$ est un homomorphisme d'algèbres de Lie. De même, on définit le relèvement d'une dérivation de l'algèbre extérieure $\Lambda(M)$ des formes différentielles sur M à T_2M. D'une façon générale on peut définir les relèvements de dérivations aux fibrés tangents d'ordre supérieur et la plupart des résultats restent encore valables.

Dans la deuxième partie on étudie certaines 1-forme vectorielles h sur T_2M et les dérivations i_h et d_h de Frölicher-Nijenhuis attachées à la 1-forme vectorielle h. Ces dérivations donnent un calcul différentiel sur le fibré tangent d'ordre 2.

PARTIE I

Relèvements de dérivations aux fibrés tangents d'ordre 2

1. Relèvements des tenseurs.

Soit M une variété différentiable de dimension finie n. Si $\{x^h\}$ est un système de coordonnées locales sur un ouvert U de M, un jet $j_0{}^2F$ d'ordre 2 de $\boldsymbol{R}$ dans U, d'origine $O \in \boldsymbol{R}$, peut être représenté par(x^h, y^h, z^h) :

$$x^h = F^h(O), \qquad y^h = \frac{dF^h(O)}{dt}, \qquad z^h = \frac{d^2F^h(O)}{dt^2}$$

où l'application $F: R \to U$ a pour l'expression locale : $x^h = F^h(t)$, $t \in \boldsymbol{R}$. L'ensemble des jets d'ordre 2, d'origine $O \in \boldsymbol{R}$, de $\boldsymbol{R}$ dans M forme une variété différentiable T_2M. Si π est la projection naturelle de T_2M sur M, $\{x^h, y^h, z^h\}$ forme un système de coordonnées locales sur $\pi^{-1}(U)$.

Soit $f \in \mathcal{F}(M)$ une fonction différentiable sur M. On peut écrire localement : $f=f(x)$ sur U. Les fonctions sur $\pi^{-1}(U)$ définies par :

Received Oct. 22, 1975.