C. YUEN
KŌDAI MATH SEM. REP.
28 (1977), 182—196

RELÈVEMENTS DES DÉRIVATIONS ET DES STRUCTURES AUX FIBRÉS TANGENTS

BY CHRISTOPHE YUEN

Si M est une variété différentiable de dimension finie, on désigne par $\tau(M)=(TM, \pi, M)$ le fibré tangent à M. On associe à toute dérivation D de l'algèbre tensorielle $\mathfrak{T}(M)$ des champs de tenseurs sur M, une dérivation D^C (resp. D^V) de l'algèbre tensorielle $\mathfrak{T}(TM)$ sur TM, appelée le relèvement complet (resp. relèvement vertical) de D à TM. L'application $D\rightarrow D^C$ est un homomorphisme d'algèbres de Lie. D'ailleurs, toute différentiation covariante associée à une connexion linéaire sur M peut être relevée en une différentiation covariante sur TM. De même, on définit le relèvement complet (resp. relèvement vertical) d'une dérivation de l'algèbre extérieure $\Lambda(M)$ des formes différentielles sur M au fibré tangent. L'étude des relèvements de dérivations aux fibrés tangents d'ordre 2 fait l'objet d'une autre publication [4].

Dans la deuxième partie, on étudie les relèvements horizontaux des dérivations aux fibrés tangents. On introduit la notion du relèvement diagonal pour les formes vectorielles. Certaines structures définies par des 1-formes vectorielles sur M peuvent être relevées en structures correspondantes sur TM.

PARTIE I

Relèvements complets et relèvements verticaux

1. Relèvements des champs de tenseurs.

Soit $\tau(M)=(TM, \pi, M)$ le fibré tangent à une variété différentiable M. Si $f\in\mathfrak{F}(M)$ est une fonction différentiable sur M, la différentielle df, considérée comme une fonction différentiable sur TM, sera notée par $\iota(df)$. Nous posons

$$f^C=\iota(df)\,; \qquad f^V=f\circ\pi$$

appelées respectivement le relèvement complet et le relèvement vertical de f à TM.

Soient $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ deux champs de vecteurs sur TM. Si $\bar{X}f^C=\bar{Y}f^C$ pour toute fonction différentiable $f\in\mathfrak{F}(M)$, alors $\bar{X}=\bar{Y}$. Pour tout champ de vecteurs $X\in\mathfrak{X}(M)$, le relèvement complet (resp. relèvement vertical) de X à TM est l'unique

Received Oct. 22, 1975.