NGUYEN HUYNH PHAN
KODAI MATH. J.
17 (1994), 650—668

TOPOLOGIE DE L'ESPACE DES SYSTEMES LINEAIRES HAMILTONIENS ANTISYMETRIQUES ACCESSIBLES ET OBSERVABLES

BY NGUYEN HUYNH PHAN

Résumé

Nous calculons dans cet article des groupes d'homotopies et des groupes d'homologies de l'espace $\mathrm{HA}^{\mathbf{ao}}_{n,m,p}$ des systèmes linéaires Hamiltoniens antisymétriques accessibles et observables. En particulier, en utilisant des suites spectrales, dans quelque cas, nous obtenons complétement l'homologie de $\mathrm{HA}^{\mathbf{ao}}_{n,m,p}$. Appliquant ces résultats de topologiqe algébrique, on peut donner des réponses à des questions ouvertes de la théorie des systèmes linéaires.

I. Introduction

Soient A, B et C trois matrices complexes d'ordres respectivement $n \times n$, $n \times m$ et $p \times n$. Un système linéaire à coefficients complexes est donné par l'application entrée-sortie

$$y(s) = C(sI_n - A)^{-1}Bu(s) \tag{1}$$

ou donné de façon équivalente (voir Hinrichsen e.a. [20], Kalman e.a. [23]) par des équations d'états

$$\begin{cases} dx(t)/dt = Ax(t) + Bu(t) \\ \quad y(t) = Cx(t), \end{cases}$$

où $x(t) \in \mathbf{C}^n$, $u(t) \in \mathbf{C}^p$, sont, respectivement, l'etat et le contrôle au temps $t \geq 0$. Un tel système est dit:

(i) Hamiltonien antisymetrique si A est une matrice antihermitienne, i.e. $A = -A^*$.
(ii) accessible si $\mathrm{rang}[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = n$.
(iii) observable si $\mathrm{rang}[C^T, A^TC^T, (A^T)^2C^T, \dots, (A^T)^{n-1}C^T] = n$, où A^T est la transposée de A.

Nous allons désigner par $\mathbf{HA}^{\mathbf{ao}}_{n,m,p}$ l'espace des systèmes linéaire Hamiltoniens antisymétriques accessibles et observables. On va expliquer brièvement la terminologie (i): Rappelons qu'une matrice X d'ordre $2n$ est dite Hamiltonienne si $(JX)^T = J^X$, J est la structure complexe standard, i.e.

$$J = \begin{pmatrix} O & I_n \\ -I_n & O \end{pmatrix}.$$

Et alors si $\mathbf{R}^{2n}$ est la réelification de l'espace vectoriel complexe $\mathbf{C}^n$, il est facile de constater que la matrice réelle X, qui est la réellification de la matrice complexe A, est

Received September 30, 1993.