A. J. MONTESINOS
KODAI MATH. J.
14 (1991), 420—431

SUR LA CARACTERISTIQUE D'EULER DES VARIETES D'EINSTEIN DE DIMENSION 6 A COURBURE SECTIONNELLE NEGATIVE PINCEE

BY ANGEL J. MONTESINOS

Introduction. *Formulation des résultats.*

Soit (M, g) une variété riemannienne compacte et orientable de dimension $n=2K$ et désignons par $R(v_1, v_2, v_3, v_4)=g(R(v_1, v_2)v_3, v_4)$ son tenseur de courbure riemannien. Si $\{v_1, v_2\}$ est un couple orthonormé de vecteurs, la courbure sectionnelle dans le plan (v_1, v_2) est $R(v_1, v_2, v_1, v_2)$.

D'après la formule de Chern ([3]) la caractéristique d'Euler $\chi(M)$ de M s'exprime par

$$\chi(M)=\int_M \chi(R)dv_g,$$

où v_g est la mesure induite sur M par l'élément de voume de la métrique g et, pour tout $p\in M$, $\chi(R)(p)$ est défini dans une base orthonormée arbitraire de l'espace tangent T_pM par

$$\chi(R)(p)=\frac{1}{2^{3K}\P^K K!}\sigma_{i_1\cdots i_{2K}}\sigma_{j_1\cdots j_{2K}}R^{i_1i_2j_1j_2}\cdots R^{i_{2K-1}i_{2K}j_{2K-1}j_{2K}}, \tag{1}$$

où $\sigma_{i_1\cdots i_{2K}}$ est l'indice de la permutation $(1, 2, \cdots, 2K)\rightarrow(i_1\cdots i_{2K})$.

Reppelons que si V est un espace euclidien et R un 4-tenseur covariant sur V vérifiant $R_{ijkl}=-R_{jikl}=R_{jilk}$ et $R_{ijkl}+R_{jkil}+R_{kijl}=0$ (donc aussi $R_{ijkl}=R_{klij}$), alors R est appelé tenseur de courbure sur V. L'espace des teneurs de courbure sur V sera noté Courb(V). Si $\dim V=2K$ et $R\in$Courb(V), on définit l'intégrand d'Euler (formel) de R par (1).

Les conjectures suivantes sont classiques:

Conjecture (*globale*) *de H. Hopf.* Si (M, g) est à courbure sectionnelle non négative, alors $\chi(M)\geqq 0$. Si (M, g) est à courbure sectionnelle non positive, alors $\chi(M)\geqq 0$ si $n\equiv 0$ (mod. 4) et $\chi(M)\leqq 0$ si $n\equiv 2$ (mod. 4).

Conjecture (*algébrique*) *de H. Hopf.* Soit $R\in$Courb(V) et $n=\dim(V)$ pair. Si R est à courbure sectionnelle non négative, alors $\chi(R)\geqq 0$. Ce qui équivaut

Received March 29, 1991.