K. ISHIGURO, W. MEYER-KÖNIG UND K. ZELLER
KODAI MATH. J.
13 (1990), 47–51

DIE TURÁNSCHE MATRIX ALS PRODUKT EINER EULER-KNOPP- UND EINER TAYLOR-MATRIX

BY K. ISHIGURO, W. MEYER-KÖNIG UND K. ZELLER

Two conformally equivalent infinite series $\sum a_n$ and $\sum b_n$ (with complex terms and partial sums $s=\{s_n\}$, $t=\{t_n\}$ respectively) do not necessarily possess the same convergence-behaviour. This surprising discovery goes back to Turán. He showed in a quite subtle way that in the relation $t=As$ the matrix A has unbounded row-norms, and hence is not a regular summability matrix.

The fact that Turán's result is rather hidden makes it desirable to gain more knowledge about the transformation $t=As$. We write it in series-to-series form, i.e. in the form $b=Ka$, denoting $K=K_u$ as Turán's matrix (the parameter u characterizes the underlying conformal mapping). Then we exhibit a decomposition $K_u=E_pT_u$, where E_p is a Euler-Knopp matrix and T_u a Taylor matrix. A crucial point is the relation between the parameters u and p. The decomposition allows more insight into the structure of K_u and its summability properties.

1. Einleitung

P. Turán ([8], siehe auch [9]) verdankt man die überraschende und versteckt liegende Erkenntnis, dass zwei unendliche Reihen mit komplexen Gliedern, die in einer gewissen Weise (siehe unten) vermöge konformer Abbildung miteinander zusammenhängen, nicht notwending das gleiche Konvergenzverhalten besitzen. Der damit eröffnete Themenkreis der konform äquivalenten Reihen wurde seither vielfältig untersucht. Wir nennen die Arbeiten Alpár [1], Clunie [2], Halász [3], Indlekofer [4, 5, 6], Schwarz [7], Trautner [5], Warlimont [6, 10, 11] (in denen weitere Literatur zitiert wird).

In der vorliegenden Note zeigen wir, dass der Übergang von einer vorgegebenen Reihe zu den zugehörigen konform äquivalenten Reihen eng mit zwei in der Limitierungstheorie (vgl. [12]) geläufigen Matrixtransformationen, nämlich der Taylor- und der Euler-Knopp-Transformation zusammenhängt. Am prägnantesten lässt sich der Sachverhalt beschreiben, wenn wir—in leichter Abänderung der Turánschen Darstellung—folgendermassen verfahren. Wir gehen aus von der Reihe $\sum a_n$ (charakterisiert durch die Folge $a=\{a_n\}$ mit komplexen Gliedern; $n=0, 1, \cdots$), wobei wir voraussetzen, dass die Potenzreihe $\sum a_n z^n$ (z komplexe

AMS (1980) subject classification: Primary 30 B 30, Secondary 40 G 05.
Received April 14, 1989