T. V DUC
KODAI MATH. J.
1 (1978), 205—212

FIBRES VECTORIELS FEUILLETES

PAR TONG VAN DUC

§ 1. Connexions partielles.

Soit (E, p, M) un fibré vectoriel et soit $(VE, \bar{p}, E)$ son fibré vertical.

DEFINITION. Une connexion linéaire C sur (E, p, M) est la donnée d'un sous-fibré vectoriel $(HE, \bar{\bar{p}}, E)$ de TE telle que :

1) $T_{\hat{Z}}E = VE_{\hat{Z}} \oplus HE_{\hat{Z}}$

2) $h_a^T HE_{\hat{Z}} = HE_{a\hat{Z}}, \quad \forall a \in R_+^* \text{ et } \forall \hat{Z} \in E.$

Soient Γ et H les projections de TE sur VE et HE. Γ s'appelle la forme de connexion de C. $\forall X \in \mathfrak{X}(M)$, on désigne par D_X la dérivée covariante définie par C et par d la différentielle extérieure associée à D_X.

On rappelle que C induit une connexion linéaire $\bar{C}$ sur le fibré vertical $(VE, \bar{p}, E)$.

Soit $B(E) = \sum_{q=0}^{\infty} B_q(E)$ l'algèbre de Lie graduée des formes vectorielles sur la variété E munie du crochet de Nijenhuis [2]. On définit un opérateur H^* sur $B(E)$ par :

$$H^*\Phi(A_1, \cdots, A_q) = \Phi(HA_1, \cdots, HA_q), \quad \forall \Phi \in B_q(E) \text{ et } \forall A_1, \cdots, A_q \in \mathfrak{X}(E)$$

$H^*\Phi$ est une forme semi-basique, i. e. $i_A H^*\Phi = 0, \quad \forall A \in VE.$

On désigne par $\mathfrak{B}_q$ le $\mathfrak{F}(E)$-module des q-formes semi-basiques sur E à valeurs dans VE et on pose $\mathfrak{B} = \sum_{q=0}^{\infty} \mathfrak{B}_q$.

DEFINITION. La différentielle absolue d'une q-forme Φ sur E à valeurs dans VE est une $q+1$ forme notée $\nabla\Phi$ et définie par :

$$\nabla\Phi = \bar{d}(H^*\Phi).$$

PROPOSITION. *$\mathfrak{B}$ est une sous-algèbre de Lie graduée de $B(E)$ et ∇ est une dérivation de $\mathfrak{B}$, i. e.* :

$$\text{(1)} \qquad \nabla[\Phi, \Psi] = [\nabla\Phi, \Psi] + (-1)^q[\Phi, \nabla\Psi], \quad \forall \Phi \in \mathfrak{B}_q \text{ et } \forall \Psi \in \mathfrak{B}.$$

Received March 22, 1977.