J. Math. Soc. Japan
Vol. 45, No. 1, 1993

Sur les fonctions périodiques de plusieurs variables II (réduction au cas défini positif)

Par Yukitaka ABE*

(Reçu le 11 janv., 1991)
(Revisé le 20 déc., 1991)

1. Introduction.

Les fonctions périodiques de n variables complexes se réduisent essentiellement aux fonctions méromorphes sur un groupe toroidal $X=\boldsymbol{C}^n/\Gamma$. Cette fonction méromorphe s'écrit comme quotient de deux fonctions automorphes pour un facteur automorphe $\alpha:\Gamma\times\boldsymbol{C}^n\to\boldsymbol{C}^*$. Alors, il est important d'étudier les fonctions automorphes.

Le but de cet article est la caractérisation des facteurs automorphes pour lesquels il existe une fonction automorphe non-triviale. Dans l'article précédent [2], nous avons donné quelques conditions nécessaires pour l'existence des fonctions automorphes non-triviales. Nous leur ajoutons trois conditions nécessaires (Théorèmes 1 et 2), et montrons que le problème se réduit au cas défini positif sous ces conditions (Théorème 3). Dans le cas défini positif, nous avons la solution complète quand rang $\Gamma=n+1$, et une solution partielle en général ([2]).

Je tiens à remercier M.M. Stein qui m'a fait d'utiles remarques sur une seconde version de cet article et sur l'article précédent [2].

2. Conditions.

Soit $X=\boldsymbol{C}^n/\Gamma$ un groupe toroidal non-compact, où Γ est un sous-groupe discret de rang $n+m$, $1\leqq m<n$. Tout espace fibré holomorphe en droites L sur X s'écrit $L=L_\alpha\otimes L_\rho$, où L_α est l'espace fibré holomorphe en droites topologiquement trivial donné par un facteur automorphe $\alpha:\Gamma\times\boldsymbol{C}^n\to\boldsymbol{C}^*$, et L_ρ est l'espace fibré holomorphe en droites donné par un facteur thêta réduit de type $(\mathcal{H},\psi)$. On notera $H^0(X,\mathcal{O}(L))$ l'espace vectoriel des sections holomorphes de

* Cette recherche a été partiellement supporté par "Grant-in-Aid for Encouragement of Young Scientists (No. 02854008), Ministry of Education, Science and Culture".