

**Sur le nombre de classes de certaines extensions
métacycliques sur \mathbb{Q} ou sur un corps
quadratique imaginaire**

par Franz HALTER-KOCH et Nicole MOSER

(Reçu le 25 oct., 1975)
(Revisé le 22 juil., 1977)

Soit K/k_0 une extension galoisienne d'un corps de nombres. On se propose d'étudier le nombre de classes de K , lorsque K/k_0 vérifie les deux conditions suivantes :

- le corps de base k_0 est soit le corps des rationnels, soit un corps quadratique imaginaire.
- le groupe $\text{Gal}(K/k_0)$ est le produit semi-direct d'un sous-groupe distingué d'ordre p premier impair par un sous-groupe isomorphe à $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$.

Dans la première partie, nous rappelons brièvement comment obtenir une relation entre régulateurs et nombres de classes de K et de certains de ses sous-corps, d'après les travaux d'E. Artin ([1]) et de R. Brauer ([2]). Puis un assez long calcul nous permet d'évaluer le quotient des régulateurs qui figure dans la relation ci-dessus. Cela nous permet d'écrire une formule où n'apparaissent que des nombres de classes, une puissance de p , et un indice de groupes d'unités, a . Signalons que A. Scholz ([6]) fut le premier à démontrer une formule de ce genre, lorsque $p=3$ et $m=2$; et dans [4], on trouve le résultat pour le cas $2p$. Enfin, le dernier paragraphe est consacré à l'étude de l'indice a : c'est une puissance de p , dont nous donnons un majorant.

Relation entre régulateurs et nombres de classes.

Précisons d'abord quelques notations. Pour tout corps de nombres A , désignons par :

- D_A le discriminant absolu,
- h_A le nombre de classes,
- R_A le régulateur,
- s_A le nombre de plongements réels,