J. Math. Soc. Japan
Vol. 47, No. 1, 1995

Principe de Picard pour les mesures invariantes par rotation

Par Abderrahman BOUKRICHA et Ezzeddine HAOUALA

(Reçu le 21 décembre, 1992)
(Revisé le 28 juin, 1993)

0. Introduction.

Dans ce travail, nous considérons l'équation de Schrödinger stationnaire généralisée: (1) $\Delta u - u\mu = 0$ au sens des distributions sur $U = \{x \in \boldsymbol{R}^n \setminus \{0\} \mid 0 < \|x\| < p\}$, $n \geqq 2$ et $p > 0$, avec μ une mesure dans la classe de Kato locale $M(U)$ (voir § 1) associée à $\bar{U} \setminus \{0\}$.

La notion de principe des singularitiés positives connue sous le nom de principe de Picard a suscité depuis le début de ce siècle l'intérêt de plusieurs travaux (voir [**3**], [**4**], [**6**], [**7**], [**10**], [**11**], [**22**], [**23**], [**24**], [**25**], [**26**], [**27**]) et sa caractérisation reste dans le cas des mesures non invariantes par rotation un problème ouvert.

Dans ce travail, nous prouvons dans $\boldsymbol{R}^n$, $n \geqq 2$, pour les mesures invariantes par rotation une nouvelle caractérisation du principe de Picard à l'aide de la fonction de Green associée à l'èquation (1). Nous en tirons pour le principe de Picard, la monotonie, la positive homogénéité et le "Order Comparison Theorem" de M. Nakai qui ont été prouvés par M. Nakai et M. Kawamura dans $\boldsymbol{R}^2$ et pour les mesures à densité radiale localement höldérienne sur $\bar{U} \setminus \{0\}$ par rapport à la mesure de Lebesgue. Ensuite en utilisant une nouvelle caractérisation des ensembles essentiels introduits par Toshimasa Tada [**29**], nous généralisons en dimension supérieure à deux et dans le cadre des mesures de Kato le résultat de M. Nakai [**22**] sur la non additivité du principe de Picard.

Au paragraphe 1, nous rappelons la notion de principe de Picard pour l'équation (1), l'existence des solutions bornées et non bornées et leur comportement au voisinage de la singularité de μ.

Au paragraphe 2, nous considérons une mesure $\mu \in M(U)$ invariante par rotation et nous prouvons entre autres l'égalité intéressante suivante:

Il existe un réel $\alpha > 0$ tel que pour tout $r \in]0, p[$ et $\theta \in S^{n-1}$ on a:

$$\int_{S^{n-1}} {}^{\mu}G^{U}(r\theta, rz)\sigma_{n-1}(dz) = \alpha e_{\mu}(r) h_{\mu}(r)$$

où ${}^{\mu}G^{U}$ est la fonction de Green associée à l'équation (1) et l'ouvert U. e_{μ} est