J. Math. Soc. Japan
Vol. 32, No. 3, 1980

Equations de Lie et fibrations

Par Odinete Renée ABIB

(Reçu le 27, oct., 1978)

Introduction.

Soit $\rho: M \rightarrow N$ une fibration analytique et $\mathcal{L}$ un pseudogroupe infinitésimal de Lie analytique, transitif sur M. Le faisceau $\mathcal{L}_0$ (resp. $\mathcal{L}'$) étant le noyau de $\mathcal{L}$ par ρ (resp. la projection sur N de $\mathcal{L}$ par ρ), Rodrigues [5], [6] a démontré que $\mathcal{L}_0$ (resp. $\mathcal{L}'$) est un pseudogroupe infinitésimal de Lie sur M (resp. N).

Notre but principal est de montrer des résultats analogues pour les équations de Lie R^h intransitives, formellements intégrables et que vérifient certaines conditions.

Si R^h est une équation de Lie formellement intégrable sur le fibré tangent $T(M)$ qui laisse invariant la fibration ρ, au §3 nous donnons des conditions sous lesquelles elle détermine une équation de Lie $R'^{m_0}_{l_0}$ formellement intégrable sur $T(M)$ qui correspond au pseudogroupe noyau d'un pseudogroupe de Lie solution de R^h.

Au §4 nous donnons des conditions pour l'existence d'une équation de Lie R''^{h_1} formellement intégrable sur $T(N)$ telle que tout germe de champs de vecteurs en $\rho(a)$ solution de R''^{h_1} est l'image par ρ d'un germe en a d'un champ de vecteurs solution de R^h.

1. Préliminaires. Etant donné $T=T(M)$ le fibré tangent d'une variété différentiable M, J^hT désigne l'ensemble de tous les jets d'ordre h des sections différentiables du fibré T; l'ensemble J^hT est encore un fibré vectoriel sur M dont pour tout champ de vecteur X sur M, j^hX est une section:

$$j^hX: M \rightarrow J^hT$$
$$x \rightarrow j^h_x X.$$

Rappelons que $\underline{J^hT}$ désignant le faisceau des sections de J^hT sur M, il existe sur $\underline{J^hT}$ une et une seule structure de faisceau de R-algèbres de Lie:

$$\underline{J^hT} \wedge \underline{J^hT} \rightarrow \underline{J^hT}$$
$$[f \cdot j^hX, g j^hY] = f \cdot g j^h[X, Y] + f \cdot (Xg) j^hY - g(Yf) j^hX,$$