J. Math. Soc. Japan
Vol. 31, No. 4, 1979

Sur des semi-groupes non linéaires dans les espaces $L^{\infty}(\Omega)$

par Ki Sik HA

(Reçu le 15 août, 1977)

Introduction.

On se donne un espace mesuré Ω de mesure bornée. Supposons qu'un opérateur A soit m-accrétif dans $L^{\infty}(\Omega)$ et qu'une application β de $\Omega\times\boldsymbol{R}$ dans $\mathcal{P}(\boldsymbol{R})$ vérifie la condition que p.p. $x\in\Omega$ l'application $r\in\boldsymbol{R}\mapsto\beta(x, r)$ soit maximal monotone dans $\boldsymbol{R}$.

On définit l'opérateur βA de $L^{\infty}(\Omega)$ par

$$\beta A=\{[u, w]\in L^{\infty}(\Omega)\times L^{\infty}(\Omega): \exists v\in L^{\infty}(\Omega) \text{ tel que } [u, v]\in A \\ \text{et p.p. } x\in\Omega,\ w(x)\in\beta(x, v(x))\}.$$

Notre point de départ a été un des problèmes que M. Bénilan avait posé au Séminaire de la Théorie du Potentiel dirigé par M. Choquet, 1974-1975 (cf. [**6**]): est-ce que βA est m-accrétif dans $L^{\infty}(\Omega)$?

On donne dans le chapitre I, une réponse positive à ce problème sous certaines hypothèses.

Dans le chapitre II, on étudie l'équation d'évolution

$$(*)\qquad \begin{cases} \dfrac{du}{dt}+\beta Au\ni f \\ \\ u(0)=u_0 \end{cases}$$

associée par l'opérateur βA m-accrétif de $L^{\infty}(\Omega)$.

Etant donné $u_0\in\overline{D(\beta A)}^{L^{\infty}}$, on peut donc résoudre le problème d'évolution (*) à l'aide de la théorie des semi-groupes non linéaires engendrés par βA. En particulier, il y a existence et unicité d'une solution intégrale au sens de [2], de l'équation (*). On montre que pour certaines classes d'opérateur $A m$-accrétif de $L^{\infty}(\Omega)$, cette solution vérifie l'équation

$$\frac{du}{dt}(t)+\beta Au(t)\ni 0 \qquad \text{p.p. } t\in]0, +\infty[,$$

où $\dfrac{d}{dt}$ est la dérivation dans $\sigma(L^{\infty}(\Omega), L^{1}(\Omega))$.