

Propriétés topologiques des polynômes de deux variables complexes, et automorphismes algébriques de l'espace C^2

By Masakazu SUZUKI

(Reçu le 5 sept., 1972)

Introduction.

Les recherches récentes, dues à T. Nishino et H. Saitô¹⁾, sur les fonctions entières de deux variables complexes, indiquent que les singularités²⁾ de ces fonctions sont soumises à certaines restrictions, causées par la topologie de l'espace C^2 . A. Gutwirth, M. Nagata et I. Wakabayashi ont aussi rencontré un problème de ce caractère³⁾.

Or, pour les (bonnes) fonctions réelles, c'était l'idée fondamentale, due à M. Morse⁴⁾, de déterminer le type topologique de l'espace où est définie la fonction considérée (et celui des sous-variétés niveaux), d'après les types de singularités de la fonction.

Dans le présent mémoire, en appliquant cette idée aux fonctions polynômes de deux variables complexes, nous trouverons deux espèces de restrictions auxquelles sont soumises les singularités de ces fonctions; l'une est l'indépendance, à un certain sens, des 1-cycles homologues engendrés aux points singuliers de la fonction considérée (voir les §§ 2, 3), et l'autre concerne l'existence de la singularité au point à l'infini (le § 4). Nos résultats donnent aussi une solution au problème cité plus haut, qui est relié aux automorphismes algébriques de l'espace C^2 (le § 5)⁵⁾.

La méthode utilisée ici reste aussi valable (à peu près) pour les fonctions

1) T. Nishino [1], II (1969). H. Saitô [1].

2) En tenant compte de la singularité au point à l'infini; pour la définition précise, voir le § 2 du mémoire actuel.

3) A. Gutwirth [1]. M. Nagata [1]. Wakabayashi, nonpublié. Voir, notamment, le page 150 du mémoire de M. Nagata.

4) Voir M. Morse [1].

5) Nous appellerons un automorphisme de l'espace $C^2: x'=f(x, y), y'=g(x, y)$, algébrique, si f et g sont polynômes en x, y .

L'auteur entend que S. Abhyankar, aussi, a résolu ce problème, en appliquant le développement de Puiseux, et que son résultat est à paraître. Mais, l'auteur pense que la méthode utilisée ici sera, peut-être, tout à fait différente de celle de S. Abhyankar.