J. Math. Soc. Japan
Vol. 25, No. 1, 1973

Sur quelques combinaisons linéaires exceptionnelles au sens de Nevanlinna, II

Par Nobushige TODA

(Reçu le 2 juin, 1972)

§ 1. Introduction.

Soit $f(z)$ une fonction algébroïde transcendante à $n(\geqq 2)$ branches dans le plan $|z|<\infty$ définie par une équation irréductible

$$F(z, f)=A_0(z)f^n+A_1(z)f^{n-1}+\cdots+A_n(z)=0 \tag{1}$$

où les $A_0, \cdots, A_n$ sont des fonctions entières sans zéros communs à toutes au moins un rapport entre lesquelles est transcendant.

Pour $n=2$, 3 et 4, Niino et Ozawa [3, 4] ont démontré le

THÉORÈME A. *Quand* $A_0(z)\equiv 1$, *s'il y a* $2n-1$ *valeurs finies et distinctes* $a_1, \cdots, a_{2n-1}$ *telles que*

$$\sum_{i=1}^{2n-1}\delta(a_i, f)>2n-2,$$

alors,

i) *il y a* $n-1$ *valeurs exceptionnelles au sens de Picard dans* $\{a_i\}_{i=1}^{2n-1}$ *(soient* $a_1, \cdots, a_{n-1}$*)*;

ii) $\delta(a_n, f)=\cdots=\delta(a_{2n-1})>1-1/n$;

iii) *s'il y a une autre valeur exceptionnelle au sens de Nevanlinna* a_{2n}, *alors* $\delta(a_{2n}, f)\leqq 1-\delta(a_n, f)$.

De plus, ils ont conjecturé que ce théorème est peut-être valable pour tout $n(\geqq 2)$ entier.

D'autre part, il y a longtemps Cartan [1] a conjecturé que s'il n'y a entre les $A_0, \cdots, A_n$ que λ relations linéaires, homogènes indépendantes à coefficients constants au plus $(\lambda<n)$,

$$\sum_a \delta(a, f)\leqq n+\lambda+1.$$

Dans [8], on a démontré que si la conjecture de Cartan est vraie, celle de Niino et Ozawa l'est aussi. C'est-à-dire, on a prouvé le

THÉORÈME B. *Quand* $\lambda=n-1$, *le Théorème A est vrai pour tout* $n(\geqq 2)$.

En appliquant ce théorème, on a démontré que la conjecture de Niino et Ozawa est positive pour $n=5$ et 6, et donné quelques généralisations pour $n=2$, 3 et 4 ([7, 8]).