J. Math. Soc. Japan
Vol. 23, No. 4, 1971

Quelques applications du défaut modifié au théorème de Picard-Borel*)

Par Nobushige TODA

(Reçu le 20 janv., 1971)

§ 1. Introduction.

Soit $f(z)$ une fonction méromorphe d'ordre non zéro dans le plan fini $|z|<\infty$. Alors, on sait bien qu'elle admet au plus deux valeurs exceptionnelles au sens de Borel et au plus deux valeurs exceptionnelles au sens de Nevanlinna de défaut 1 (voir Nevanlinna [3]). De plus, il est connu bien qu'il y a un exemple d'une fonction méromorphe dans $|z|<\infty$ admettant une valeur exceptionnelle au sens de Borel sans être exceptionnelle au sens de Nevanlinna (Valiron [6]) et un exemple qui admet une valeur exceptionnelle au sens de Nevanlinna de défaut 1 sans être exceptionnelle au sens de Borel (Nevanlinna [3]). C'est-à-dire, les deux notions sont indépendantes à un sens. Mais, on a trouvé le

THÉORÈME A. *Soit $f(z)$ une fonction méromorphe d'ordre non zéro dans le plan fini $|z|<\infty$. Alors, elle admet au plus deux valeurs exceptionnelles au sens de Borel ou au sens de Nevanlinna de défaut* 1. *De plus, s'il y en a deux, l'ordre de $f(z)$ est entier quand il est fini* (Toda [5]).

Il est naturel de considérer si le théorème A est valable dans le cercle-unité. Pourtant, la méthode utilisée pour le démontrer n'est pas applicable aux fonctions méromorphes dans le cercle-unité. De plus, la dérnière partie du théorème A n'est pas nécessairement vraie dans le cercle-unité parce qu'il y a une fonction méromorphe d'ordre positif quelconque dans $|z|<1$ admettant deux valeurs exceptionnelles au sens de Picard (voir § 3). Cependant, la première partie du théorème A est valable aussi dans $|z|<1$. En effet, dans ce mémoire, on introduit une méthode applicable aux fonctions méromorphes dans le cercle-unité et donne quelques généralisations du théorème de Picard-Borel, qui contiennent le théorème A quand on considère dans le plan fini $|z|<\infty$.

On utilise les symboles usuels de la théorie de Nevanlinna des fonctions méromorphes (voir Nevanlinna [3]).

*) Ce travail a été fait en partie avec l'aide de la fondation de Sakkokai (The Sakkokai Foundation).