

## Über $p$ -adische Kugelfunktionen und unitäre Darstellungen der Modulargruppen<sup>1)</sup>

Herrn Professor Iyanaga zum 60. Geburtstag

von Reiji TAKAHASHI

(Eingegangen am Okt. 1, 1967)

Die Aufzählung der irreduziblen Darstellungen der Modulargruppen  $SL(2, \mathbf{Z}/(p^n))$  wurde neulich von verschiedenen Autoren unternommen (Shalika [4], Shintani [5], Tanaka [6, 7])<sup>2)</sup>. Da es sich um kompakte Gruppen handelt, sollte man um eine möglichst explizite Konstruktion bestrebt sein. In der vorliegenden Arbeit wird in diesem Sinne eine Anwendung der Theorie der sogenannten Kugelfunktionen der Klasse  $\chi$  zur Herleitung einer Reihe irreduzibler Darstellungen dieser Gruppen gegeben. Diese Reihe entspricht der Hauptserie der klassischen Gruppen. Man kann die entsprechenden Kugelfunktionen ganz explizit bestimmen, so wie es im 2. Teil dieser Arbeit geschehen wird.

Im §1 berichten wir kurz über die Grundlinien der gruppentheoretischen Behandlung der Kugelfunktionen, die wir dann in §§ 2, 3, 4 zur Gruppe  $SL(2, \mathbf{Z}_p)$  der unimodularen Matrizen mit  $p$ -adischen ganzen Koeffizienten anwenden.

### §1. Unitäre Darstellungen und Kugelfunktionen der Klasse $\chi$ <sup>3)</sup>.

Es sei gegeben eine lokal-kompakte unimodulare Gruppe  $G$  und eine kompakte Untergruppe  $H$  von  $G$ . Wir bezeichnen mit  $dg$  bzw.  $dh$  die Volumenelemente der invarianten Masse auf  $G$  bzw.  $H$ ; dazu wird noch  $dh$  als normiert (d.h.  $\int_H dh = 1$ ) vorausgesetzt. Es sei ferner  $\chi$  ein Charakter (eine unitäre Darstellung von der Dimension 1) von  $H$ . Wir bezeichnen mit  $A^\chi(G; H)$  (oder einfach  $A^\chi$ ) die Unteralgebra von  $L^1(G)$  der Funktionen  $\varphi$ , die die Gleichung

1) In einem Colloquium-Vortrag in Paris im April 1966 wurde zum grössten Teil über diese Arbeit berichtet.

2) Für die früheren Arbeiten, vgl. z. B. Tanaka [6], insbesondere II.

3) Für die Theorie der Kugelfunktionen der Klasse  $\chi$ , vgl. Godement [2, 3] oder Tommasini [8]. Für die allgemeinen Begriffe und Bezeichnungen aus der Darstellungstheorie wird der Leser auf Dixmier [1] verwiesen.