J. Math. Soc. Japan
Vol. 15, No. 2, 1963

# Sur les groupes des mouvements d'un espace de Riemann

par Costake TELEMAN

(Reçu le 18 avril, 1960)
(Revisé le 27 déc., 1961, le 23 avril, 1962)

Dans un travail paru en 1954, [3], j'ai montré que le *groupe des mouvements d'un espace de Riemann* $V_n$ *à groupe d'isotropie irréductible, à métrique définie et à courbure variable peut avoir au plus* $p^2$ *paramètres, si* $n=2p+1$ *ou* $n=2p$.

Ce résultat est une conséquence du fait que le groupe de stabilité d'un point de $V_n$ peut avoir au plus $p^2$ paramètres et j'ai donné une démonstration par recurrence de ce théorème. Bien que le théorème est vrai, la démonstration s'appuyait sur la propriété suivante, qui n'est pas générale: si $a^i_{j\alpha}(x^j\,\partial/\partial x^i - x^i\,\partial/\partial x^j)$ sont les transformations infinitésimales d'une base normale de l'algèbre de Lie d'un groupe orthogonal $H$, alors la forme biquadratique $\sum_\alpha [a^i_{j\alpha}(x^i y^j - x^j y^i)]^2$ n'est jamais proportionnelle à la forme $\sum_{i,j}(x^i y^j - x^j y^i)^2$. Or cette propriété n'est pas satisfaite par le groupe en sept variables ayant la structure de la forme unitaire du groupe exceptionnel $G_2$, ou par le groupe en huit variables qui fournit la représentation spinorielle de $O(7)$.

Toutefois, la démonstration peut être adaptée à une classe assez générale de groupes orthogonaux, que j'appelle *séparables;* ce sont les groupes qui laissent invariant dans l'espace euclidien $E_n=\{(x_1,\cdots,x_n)\}$ un système de Pfaff différent des systèmes

$$x_1dx_1+\cdots+x_ndx_n=0\,;\quad x_idx_j-x_jdx_i=0\,.$$

Il faut seulement remarquer que cette propriété des groupes séparables est héréditaire relativement au raisonnement par recurrence que j'ai suivi dans [3].

Dans ce travail, nous allons reconstituer la démonstration pour les groupes séparables. L'hérédité est exprimée par le théorème 4.

Le théorème concernant le groupe des mouvements d'un espace de Riemann reste valable, grâce au théorème 7, qui montre que le groupe de stabilité d'un point de $V_n$ est séparable, si $V_n$ est à courbure variable.

Pour la dimension des groupes orthogonaux irréductibles H, M. Obata [2] a donné pour maximum le nombre $\dim O(n-3)+\dim O(3)$, si $n\geqq 14$. De même, M. Obata a montré [1] qu'un espace de Riemann homogène $V_8$, ayant pour groupe d'isotropie la représentation spinorielle de $O(7)$, est localement euclidien.