Journal of the Mathematical Society of Japan Vol. 11, No. 3, July, 1959

Note sur le traitement par les opérateurs d'intégrale singulière du problème de Cauchy.

Par Sigeru MIZOHATA

(Reçu le 13 avril, 1959)

1. Pour le problème de Cauchy, l'outil d'opérateur d'intégrale singulière donne des résultats précis. Cette utilité est déjà manifeste dans le travail de M. A. P. Calderón [**1**]. Mais, quand on suit le raisonnement de ce travail, il faut exclure les cas $n=2$ et $n=3$ (où n est la dimension de l'espace) à cause d'une difficulté topologique. La même difficulté arrive pour le traitement du problème de Cauchy pour les systèmes hyperboliques, comme l'auteur a indiqué dans [**2**].

Le but de cet article est de montrer qu'on peut éviter ces difficultés, en utilisant une sorte de partition de l'unité dans l'espace R_ξ^n, ce qui nous épargne des considérations topologiques. Grâce à ce principe, nous pourrions étendre notre méthode indiquée dans [**2**] aux systèmes hyperboliques plus généraux, mais pour éclaircir notre principe, nous nous limitons ici aux cas où les racines des équations caractéristiques sont *distinctes*.

2. Nous voulons compléter le résultat dans [**2**]. Dans le cas $n=2$, notre méthode n'a pas marché. Pour notre but, il suffirait de traiter ce cas. Mais, pour éclaircir notre méthode—car notre méthode n'est pas limitée au cas $n=2$—nous allons traiter le problème dans le cas où $n \geqq 2$. Nous suivons les notations et les définitions de [**2**], et écrivons des numéros des formules dans [**2**] par "′". Partons de

$$\frac{d}{dt}u(t) = i\mathscr{H}(t)\Lambda u(t) + \mathscr{B}(t)u(t) + f(t). \tag{1.9$'$}$$

Comme nous avons indiqué, il n'est pas toujours possible de construire une matrice d'opérateur singulière $\mathfrak{N}(t)$ telle que

$$\sigma(\mathfrak{N}(t))\sigma(\mathscr{H}(t)) = \sigma(\mathscr{D}(t))\sigma(\mathfrak{N}(t)).$$

Pour éviter cette construction, nous utilisons une partition de l'unité: Désignons par ξ^0 les points sur la sphère-unitè dans R_ξ^n: $|\xi|=1$. Soient $\hat{\alpha}_i(\xi^0)$ $(i=1,2,\cdots,p)$ la partition de l'unité au sens suivant: $\sum_{i=1}^{p}\hat{\alpha}_i(\xi_0)^2 \equiv 1$. Les $\hat{\alpha}_i(\xi^0)$ sont des fonctions indéfiniment différentiables en ξ^0 à supports assez petits. On suppose bien entendu l'application $\xi \to \xi^0$ indéfiniment différentiable. On