Journal of the Mathematical Society of Japan Vol. 11, No. 3, July, 1959

Systèmes hyperboliques.

Par Sigeru MIZOHATA

(Reçu le 23 fév. 1959)

1. Introduction. Le problème de Cauchy pour les systèmes hyperboliques est déjà classique, en ce qui concerne les résultats exposés par exemple par M. Petrowsky ([**9**]). Depuis le travail de M. Leray, plusieurs savants ont proposé leurs méthodes, en visant à la simplification. Nous en citerons en particulier MM. Yosida ([**14**]) et Gårding ([**3**]). Nous allons traiter ici le problème au point de vue de la théorie des semi-groupes. Un traitement analogue a été fait par M. Yosida [**14**] pour les équations des ondes.

Nous utiliserons l'outil puissant d'opérateur d'intégrale singulière,[1] qui nous permettra de réduire considérablement les difficultés du problème. Nous devrions admettre qu'on puisse signaler toutefois que la difficulté d'ordre technique soit camouflée, en grande partie, dans des propriétés assez fines des opérateurs d'intégrale singulère, dont les démonstrations ne seront pas toujours faciles. De plus, nous sommes obligés d'exclure le cas $n=2$, où n est la dimension de l'espace. En effet, notre méthode s'appuie sur l'existence d'une matrice $\sigma(\mathfrak{N})$, définie au début de n°3, et dans le cas $n=2$, il y a des systèmes hyperboliques pour lesquels une telle matrice n'existe pas (voir la fin de l'appendice). Nous utiliserous les définitions et les notations, exposées dans des travaux de M. Calderón ([**1**], [**2**]).

Considérons un système régulièrement hyperbolique (au sens de Petrowsky[2]), écrit sous la forme d'équation d'évolution:

---

1) Cette méthode est suggérée dans l'article [**2**]. Il y a déjà un article de M. M. Yamaguti [**12**], dans le même ordre d'idée que le nôtre. Nous devrions ajouter que M. T. Shirota a signalé dans une conférence l'utilité de cet opérateur aux systèmes hyperboliques, mais sans préciser le sens.

2) Voici la définition (voir [**9**], [**10**]):

1° $k_0+\dots+k_n \leqq n_j$; $k_0 < n_j$; $n_j > 0$.

2° La matrice

$$(C) \qquad \begin{pmatrix} \lambda^{n_1} & & & \\ & \lambda^{n_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda^{n_N} \end{pmatrix} - \Big(\sum_{((k))} a_{ij}^{(k_0 k_1 \cdots k_n)}(x,t)\lambda^{k_0}\xi_1^{k_1}\dots\xi_n^{k_n} \Big),$$

où $\sum_{((k))}$ désigne la sommation de tous les termes tels que $k_0+k_1+\cdots+k_n=n_j$, est de la forme