Journal of the Mathematical Society of Japan Vol. 8, No. 4, October, 1956

Le problème de Cauchy pour les équations paraboliques

Par Sigeru MIZOHATA

(Received June 14, 1956)

Introduction. Les équations que nous allons envisager sont des équations que M. Petrowsky a nommées *p-paraboliques* dans un beau mémoire de 1938 [6]. Donnons la définition des équations *p-paraboliques*:

DÉFINITION. Nous dirons que l'équation

$$\frac{\partial^m}{\partial t^m} u(x,t)=\sum_{\substack{(k_0k_1\cdots k_n)\\ k_0\leqq m-1}} a^{(k_1\cdots k_n)}(x,t)\frac{\partial^{k_0+k_1+\cdots+k_n}}{\partial t^{k_0}\partial x_1^{k_1}\cdots\partial x_n^{k_n}}u(x,t)+f(x,t) \tag{0.1}$$

est *régulièrement p-parabolique* dans $0\leqq t\leqq T$, si les conditions suivantes sont remplies:

1) Il existe un nombre entier positif p tel que

$$k_0p+k_1+k_2+\cdots+k_n\leqq mp;$$

2) Les parties réelles de toutes les racines de l'équation en r

$$f(r)=r^m-\sum_{((k))_p} a^{(k_0k_1\cdots k_n)}(x,t)(i\xi_1)^{k_1}(i\xi_2)^{k_2}\cdots(i\xi_n)^{k_n}r^{k_0}=0\,, \tag{0.2}$$

où $\sum_{((k))_p}$ désigne la sommation des termes tels que $k_0p+k_1+\cdots+k_n=mp$, sont toujours inférieures à $-\delta,(\delta>0)$, quand ξ (réel) parcourt la sphère $|\xi|=1$, et que $x\in R^n$, $t\in[0,T]$.

Nous voulons traiter en même temps le cas où $T=+\infty$, c'est-à-dire, celui où l'équation est régulièrement parabolique dans $0\leqq t<+\infty$. En ce cas, on doit remplacer, dans la condition 2), δ et $t\in[0,T]$ par $\delta(b)$ et $t\in[0,b]$, b positif quelconque, respectivement.

Remarquons que p est *pair*.

Nous supposons désormais que *les coefficients* $a^{(k_0k_1\cdots k_n)}(x,t)$ *et leurs dérivées en* t: $\frac{\partial}{\partial t}a^{(k_0\cdots k_n)}(x,t)$ *appartiennent à* $(\mathscr{B})_x$ *et sont continus en*