

Über die Struktur der metabelschen Gruppen, IV

Von Kiyosi TAKETA

(Received Nov. 25, 1955)

Dies ist die vierte Mitteilung der vom Verfasser seit 1936 unternommenen Arbeit. Zunächst soll ein kurzer Auszug der Resultate der früheren Mitteilungen¹⁾ vorausgeschickt werden.

\mathfrak{G} sei eine zweistufige metabelsche Gruppe, die eine gegebene Abelsche Gruppe \mathfrak{A} als maximalen Abelschen Normalteiler enthält, so daß die Faktorgruppe $\mathfrak{G}/\mathfrak{A}$ Abelsch ist.

Transformiert man \mathfrak{A} mit einem beliebigen Elemente von \mathfrak{G} , so erhält man einen Automorphismus von $\mathfrak{G}/\mathfrak{A}$, und alle diese Automorphismen bilden eine treue Darstellung Γ von $\mathfrak{G}/\mathfrak{A}$.

Da die Abelsche Gruppe \mathfrak{A} als direktes Produkt der Untergruppen, deren Ordnungen voneinander verschiedene Primzahlpotenzen sind, darstellbar ist, und solche Untergruppen bei den Automorphismen von \mathfrak{A} invariant sind, so setzt man o. B. d. A. so voraus, daß \mathfrak{A} eine p -Gruppe ist. Sei

$$(1) \quad e_1, e_2, \dots, e_n$$

ein Basissystem von \mathfrak{A} der Art, daß die Ordnung p^{μ_i} von e_i nicht die von e_j übersteigt, insofern $i < j$ ist, und sei g ein beliebiges Element von \mathfrak{G} , dann läßt $g^{-1}e_i g; i=1, 2, \dots, n$, sich durch die Basiselemente von (1) darstellen, in der Art, daß

$$(2) \quad g^{-1}e_i g = e_1^{a_{1i}} e_2^{a_{2i}} \dots e_n^{a_{ni}}.$$

Dementsprechend bilden die Kongruenzmatrizen

$$(3) \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

1) Über die Struktur der metabelschen Gruppen, Japanese J. Math., 13 (1936) 129-232; II, J. Osaka Inst. of Sci. Tech., 2 (1950), 1-28; III, Tohoku Math. J., 2 ser., 4 (1952), 10-32.