

## Zur Theorie der Klassenkörper im Kleinen<sup>1)</sup>

Mikao MORIYA

Von 1941 bis 1943 versuchte ich, teils mit Herrn NAKAYAMA zusammen, die Klassenkörpertheorie im Kleinen axiomatisch aufzubauen<sup>2)</sup>. Dort legten wir einen Körper  $k$  zugrunde, welcher in bezug auf einen diskreten Primdivisor  $\mathfrak{p}$  perfekt ist und noch folgende Eigenschaft besitzt:

- i) *der Restklassenkörper  $\mathfrak{k}$  von  $k$  nach  $\mathfrak{p}$  ist vollkommen,*
- ii) *zu einer beliebigen natürlichen Zahl  $n$  existiert über  $\mathfrak{k}$  genau eine Erweiterung vom Grade  $n$ .*

Daß die Eigenschaft ii) nicht notwendig aus der Eigenschaft i) folgt, ist wohlbekannt. In §1 der vorliegenden Note will ich aber durch ein Beispiel zeigen, daß die Eigenschaft i) auch keine Folge der Eigenschaft ii) ist.

Zum Beweis des Existenzsatzes der Klassenkörper hatten wir die multiplikative Gruppe  $A$  aller von Null verschiedenen Elemente aus  $k$  in Betracht gezogen, und dann führten wir in  $A$  eine Topologie ein<sup>3)</sup>. Zu einer Untergruppe  $H$  von einem endlichen Index aus  $A$  existiert *dann und nur dann* der  $H$  zugeordnete Klassenkörper über  $k$ , wenn  $H$  in bezug auf diese Topologie abgeschlossen ist. In §2 will ich zeigen, daß Untergruppen von einem endlichen Index aus  $A$  im allgemeinen nicht notwendig abgeschlossen ist.

§ 1. Es sei  $P$  ein algebraisch-abgeschlossener Körper von der Primzahlcharakteristik  $p$ , und  $x$  ein transzendentes Element über  $k$ . Ist dann  $\pi$  ein Element von der Form  $x-a$  ( $a \in P$ ) oder  $\frac{1}{x}$ , so kann man im Potenzreihenkörper  $k$  von  $\pi$  mit  $P$  als Koeffizientenbereich eine diskrete Bewertung  $w$  derart definieren, daß  $\pi$  ein Primelement von  $w$  ist und  $P$  in bezug auf  $w$  trivial bewertet ist. Bezeichnet nun  $\mathfrak{p}$  den zu  $w$  gehörigen

---

1) Die Skizze der vorliegenden Note wurde im Jahre 1943 bei der Jahresversammlung der Mathematischen und Physikalischen Gesellschaft von Japan vorgetragen. Aber die Publikation war von dem Krieg und den darauffolgenden sozialen Schwierigkeiten lange Zeit verhindert.

2) M. Moriya, Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. I. II., Proc. Imp. Acad. Tokyo, vol. 18 (1942). T. Nakayama und M. Moriya, Die Theorie der Klassenkörper im Kleinen über diskret perfekten Körpern. III., Proc. Imp. Acad. Tokyo, Vol. 19 (1943). Die letzte Note ist im folgenden mit T. K. bezeichnet.

3) Vgl. T. K.