Journal of the Mathematical Society of Japan Vol. 3, No. 1, May, 1951.

Le Problème aux Limites d'un Système de Deux Équations Différentielles Ordinaires

Masuo HUKUHARA

Thoéorème. *Soit donné un système de deux équations différentielles ordinaires*

$$\frac{dy}{dx}=f(x,y,z), \quad \frac{dz}{dx}=g(x,y,z). \tag{1}$$

Nous faisons les hypothèses suivantes:

(i) $S_i(y,z)$ $(i=1,2)$ *sont des fonctions* S *positives de* M. KAMKE;

(ii) $\omega_i(x)$ $(i=1,2)$ *sont des fonctions continues et positives dans l'intervalle* $a\leqq x\leqq b$ *et admettent des dérivées à droite et à gauche*;

(iii) *Les fonctions* $f(x,y,z)$ *et* $g(x,y,z)$ *sont continues dans l'ensemble*

$$E=\{(x,y,z)\ ;\ a\leqq x\leqq b,\ S(x,y,z)\leqq 1\},$$

où

$$S(x,y,z)=\max\{S_1(y,z)/\omega_1(x),\ S_2(y,z)/\omega_2(x)\}\ ;$$

(iv) *On a*

$$D^{\pm}\omega_1(x)>S_1(f(x,y,z),\ g(x,y,z))$$

pour $(x,y,z)\in A_1$, *et*

$$-D^{\pm}\omega_2(x)>S_2(-f(x,y,z),\ -g(x,y,z))$$

pour $(x,y,z)\in A_2$, *où*

$$A_i=\{(x,y,z)\ ;\ a\leqq x\leqq b,\ S_i(y,z)/\omega_i(x)=S(x,y,z)=1\}\ ;$$

(v) $\dfrac{S_1(0,z)}{\omega_1(a)}\leqq\dfrac{S_2(0,z)}{\omega_2(a)}, \quad \dfrac{S_1(y,0)}{\omega_1(b)}\geqq\dfrac{S_2(y,0)}{\omega_2(b)}.$

Dans ces hypothèses, il existe au moins une solution telle que

$$y(a)=0,\ z(b)=0.$$

Nous définissons deux fonctions $F(x,y,z)$, $G(x,y,z)$ continues et bornées pour