Journal of the Mathematical Society of Japan Vol. 1, No. 1, Sept., 1948.

Zur Klassischen Theorie der Algebraischen Funktionen.

Jun-ichi IGUSA.

(Received Nov. 14, 1947.)

In der 'mathématique abélienne', wie André WEIL in seiner bedeutungsvollen Arbeit[1] scharfsinnig genannt hat, gilt das Pontrjaginsche Dualitätstheorem als zentraler Grundsatz. Im folgenden möchte ich zeigen, dass auch die klassische Theorie der algebraischen Funktionen zu diesem Teil der Mathematik gehört. In der Tat lassen sich die Rollen der bekannten Sätze dieser Theorie, wie die von Abel und von Jacobi, von diesem Standpunkt aus überaus klar erleuchten, wie im § II dieser Arbeit ausführlich dargelegt werden soll. Im § I zeigen wir, wie man mit dem Riemann-Rochschen Satz die Existenz der normalen Differentiale nachweist, und aus der Relation zwischen den Elementen der Poincaréschen Gruppe der Riemannschen Fläche die zwischen der Abelschen Integralen herleitet. Am Schluss machen wir auf eine Analogie mit der Klassenkörpertheorie aufmerksam.

Diese Arbeit entsteht aus einem Vortrag—gehalten im August 1945; der Krieg hat mich gestört, dies aufzuschreiben—im Seminar von Prof. Iyanaga. Ich möchte auch an dieser Stelle Herrn Iyanaga für seine ständige Interesse für diese Arbeit, und Herrn Dr. K. Iwasawa für seine viele wertvolle Ratschläge meinen besten Dank aussprechen.

I. Existenz der Normalen Differentiale. Relation zwischen zwei Abelschen Integralen.

1) Es sei k ein Körper der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen im klassischen Sinne; der Konstantenkörper Γ sei also der algebraisch abgeschlossene Körper aller komplexen Zahlen; k kann als der Körper der meromorphen Funktionen auf einer geschlossenen Riemannschen Fläche $\mathfrak{r}$ aufgefasst werden. $\mathfrak{r}$ ist von k bis auf birationale Transformation eindeutig bestimmt und das Geschlecht p von $\mathfrak{r}$ ist eine birationale Invariante, also eine Invariante von k. Wir bedienen uns der folgenden Bezeichnungen:

$\mathfrak{G}_p$: Poincarésche Gruppe von $\mathfrak{r}$,
$\mathfrak{H}_p$: Bettische Gruppe von $\mathfrak{r}$,