

SUR CERTAINS GROUPES SIMPLES

C. CHEVALLEY

(Received February 1, 1955)

Introduction¹

Presque tous les groupes simples connus sont intimement liés aux groupes continus simples que les méthodes de la théorie des algèbres de Lie permettent de classer. Pour passer d'un groupe continu G à des groupes simples plus généraux, on procède en général comme suit: on part d'un groupe linéaire Γ localement isomorphe à G ; Γ est alors un groupe algébrique, et on cherche à formuler la condition C pour qu'un élément appartienne à Γ en termes qui ne fassent pas intervenir la nature particulière du corps de base dans lequel on opère (celui des nombres réels ou des nombres complexes, suivant les cas); ceci fait, prenant un corps de base K quelconque, les éléments construits au moyen de K et de même nature que ceux dont se compose Γ (que ce soient des matrices ou des automorphismes d'espaces vectoriels) et qui satisfont à la condition C forment un groupe Γ_K . Le groupe Γ_K lui-même, ou plutôt en général un groupe qui s'en déduit facilement, se trouve alors être simple.

Cette méthode a été appliquée avec grand succès d'abord par Dickson ([3], [4]), qui mettait la condition C sous forme de relations algébriques entre éléments des matrices de Γ , et qui se limitait aux corps de base finis, puis par Dieudonné ([5]) qui utilise des définitions géométriques des groupes Γ et qui n'impose aucune limitation au corps K . La portée des méthodes de Dieudonné dépasse d'ailleurs le schéma que nous venons d'esquisser du fait qu'il construit aussi des groupes linéaires liés à des corps K non commutatifs.

Les méthodes de Dickson et de Dieudonné nécessitent une analyse spéciale de chaque type de groupes. Cette analyse a été faite dans le cas des groupes classiques et dans celui du groupe exceptionnel (G_2) ([4]); nous avons nous-même appliqué des méthodes analogues dans un travail encore inédit au cas des groupes exceptionnels (F_4), (E_6) et (E_7). Dans le présent mémoire, nous présentons une méthode uniforme qui consiste à prendre toujours pour Γ le groupe adjoint d'un groupe simple complexe G ; cependant, au lieu de définir Γ_K par une condition du genre de la condition C mentionnée plus haut, nous le définissons comme engendré par certains sous-groupes que l'on peut indiquer explicitement. L'opération de transfert du corps des nombres complexes à un corps de base quelconque peut se faire simultanément pour tous les types de groupes complexes en s'appuyant sur la théorie des algèbres de Lie semi-simples; elle fournit des groupes simples attachés à

¹ Une partie des travaux préliminaires relatifs aux questions traitées dans ce mémoire a été accomplie par l'auteur pendant qu'il était sous contrat avec le "Department of Air Force" de l'armée américaine.