Tôhoku Math. Journ.
38 (1986), 313-326.

FLOTS RIEMANNIENS SUR LES 4-VARIÉTÉS COMPACTES

RUI ALMEIDA* ET PIERRE MOLINO

(Received June 6, 1985)

Introduction. La différentiabilité est entendue au sens C^∞.

Un *flot riemannien* est un triple $(V, \mathscr{F}, g_T)$, où V est une n-variété, $\mathscr{F}$ un feuilletage orienté de dimension 1, et g_T une métrique transverse, c-à-d. une structure euclidienne sur le fibré normal $Q = TV/T\mathscr{F}$, localement projetable en une structure riemannienne sur une variété transverse.

Un cas important est celui des *flots isométriques*, où V est une variété riemannienne, $\mathscr{F}$ le feuilletage défini par les orbites d'un champ de Killing sans singularités, et g_T la composante de la métrique sur $(T\mathscr{F})^\perp = Q$.

Dans la suite, on supposera toujours V orientée, compacte et connexe. La géométrie globale des flots riemanniens est alors assez bien connue, et généralise de près celle des flots isométriques [2] [10] [11]. Les adhérences des feuilles sont des tores sur lesquels le flot est conjugué d'un flot linéaire. Si $(\boldsymbol{T}^{k+1}, \mathscr{F}_v)$ est une adhérence de dimension maximale, $\mathscr{F}_v$ étant le flot linéaire défini à partir du vecteur v de $\boldsymbol{R}^{k+1}$, *l'algèbre de Lie structurale* [9] du feuilletage est $\boldsymbol{R}^k$. Transversalement aux feuilles, on peut regarder les adhérences comme les orbites d'un faisceau de germes de *champs de Killing transverses*, c-à-d. de sections de Q localement projetables suivant des champs de Killing sur une variété riemannienne transverse [8].

Carrière [2] a obtenu une classification des flots riemanniens en dimension $n = 3$. En fait la situation est alors assez simple, les valeurs possibles de k étant 0, 1 ou 2: si $k = 0$, les feuilles sont compactes et définissent une "fibration de Seifert" de V sur une variété au sens de Sataké [17]. Si $k = 2$, les feuilles sont denses et $(V, \mathscr{F})$ est le tore $\boldsymbol{T}^3$ muni d'un flot linéaire. Si $k = 1$, ou bien les adhérences des feuilles sont les fibres d'une fibration de V sur S^1, ou bien il y a deux feuilles compactes, et la variété s'obtient en recollant des voisinages tubulaires de ces deux feuilles, sur chacun desquels $\mathscr{F}$ est défini par suspension d'une rotation irrationnelle du disque par la méthode de Haefliger [6].

Le but du présent travail est de *classifier de façon analogue les flots riemanniens en dimension* 4. Les valeurs possibles de k sont alors 0, 1, 2

---

* Le premier auteur a bénéficié d'une bourse de la FAPESP