

Quelques remarques sur un théorème de Kamke
et les fonctions sup-mesurables

Dans l'article [6] Kamke a démontré le théorème suivant:

Théorème 0. Si une fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, où \mathbb{R} désigne l'espace des nombres réels, satisfait à la condition suivante:

(A) l'ensemble $A(f)$ de tous les points $x \in \mathbb{R}$ pour lesquels il existe un ensemble $E(x)$ mesurable (au sens de Lebesgue) tel que $x \in E(x)$, la densité inférieure de l'ensemble $E(x)$ au point x est positive et la fonction partielle $f/E(x)$ est semicontinue supérieurement au point x , est de mesure pleine (c'est-à-dire la mesure du complémentaire $\mathbb{R} - A(f)$ est égale à zéro);,
alors la fonction f est mesurable (au sens de Lebesgue).

Dans la première part de cet article je démontre quelques remarques concernant de ce théorème et dans la deuxième je résous un problème concernant la mesurabilité de la superposition $F(x, f(x))$.

§I. Remarque 1. Dans la condition (A) du théorème 0 on peut remplacer les mots " la densité inférieure de l'ensemble $E(x)$ " par les mots " la densité supérieure de l'ensemble $E(x)$ " et le théorème modifié reste vrai.