TSUKUBA J. MATH.
Vol. 22 No. 2 (1998), 537–550

UNE PERTURBATION DES OPÉRATEURS MICROHYPOELLIPTIQUES

par

Tatsushi MORIOKA

§1. Introduction et Résultat

Nous généralisons le résultat de Hoshiro [6] et de Morioka [13] en tenant compte de celui de Wakabayashi–Suzuki [15].

Soit $n \geqq 3$ et $2 \leqq k \leqq n-1$. Pour $x = (x_1, \dots, x_n) \in \boldsymbol{R}^n$, on note $x'' = (x_1, \dots, x_{k-1}) \in \boldsymbol{R}^{k-1}$ et $x' = (x'', x_n) \in \boldsymbol{R}^k$. Soit $A = a(x'', D')$ l'opérateur différentiel d'ordre 2 dans $\boldsymbol{R}^n_x$, dont le polynôme $a(x, \xi)$ ne dépend que de x'' et de ξ'. On note $\tilde{A}$ au lieu de A, lorsque on considère A comme l'opérateur dans $\boldsymbol{R}^k$. Soit $B = \sum_{j=k}^{n-1} L_j^* L_j$, où $L_j = D_j - ix_j D_n$. On définit alors P par $P = A + B$. Soit $\rho \in T^*\boldsymbol{R}^n \backslash 0$; $\rho = (y, \eta) \in \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^n \backslash 0$, $|\eta| = 1$, $y_k = \cdots = y_{n-1} = 0$, $\eta_k = \cdots = \eta_{n-1} = 0$ et $\eta_n > 0$. On définit $\tilde{\rho} \in T^*\boldsymbol{R}^k \backslash 0$ par $\tilde{\rho} = (y', \eta')$. On décrit la norme et la multiplication intérieure dans L^2 par $\| * \|$ et par $(\ , \ )$. Quant à A, on suppose les hypothèses suivantes.

(H.1) La partie principale de $a(x'', \xi')$ n'est pas négative.

(H.2) Il existe un voisinage conique $\Sigma \subset \boldsymbol{R}^k$ de η' et une constante $C > 0$ tels que pour tout $v \in \mathscr{S}(\boldsymbol{R}^k)$; $\operatorname{supp} \hat{v} \subset \Sigma$ on a $\operatorname{Re}(\tilde{A}v, v) \geqq -C\|v\|^2$.

Le théorème suivant est notre résultat principal. On dit que l'opérateur différentiel Q dans $\boldsymbol{R}^n$ est microhypoelliptique à $\rho \in T^*\boldsymbol{R}^n \backslash 0$ si $u \in \mathscr{D}'$ et $\rho \notin WF(Qu)$ implique $\rho \notin WFu$. Pour la définition de WF, on cite Hörmander [4, Définition 8.1.2].

THÉORÈME 1. *On suppose que* (H.1) *et* (H.2) *sont vérifiées. Alors, P est microhypoelliptique à ρ si et seulement si $\tilde{A}$ est microhypoelliptique à $\tilde{\rho}$.*

On considère maintenant B comme la perturbation de A. Selon Théorème 1, la perturbation B conserve la microhypoellipticité de A à ρ sous la condition (H.1) et (H.2). En effet, $\tilde{A}$ est microhypoelliptique à $\tilde{\rho}$ si A est microhypoelliptique à ρ.

Received May 8, 1997
Revised December 3, 1997