TSUKUBA J. MATH.
Vol. 21 No. 3 (1997), 739–762

HYPOELLIPTICITÉ POUR UN CERTAIN OPÉRATEUR À CARACTÉRISTIQUE DOUBLE

Par

Tatsushi MORIOKA

§1. Introduction et Résultat

Nous considérons l'hypoellipticité d'un certain opérateur elliptique dégénéré en tenant compte de la relation entre sa partie principale et celle inférieure.

Avant d'énoncer le résultat, nous expliquons celui de Morimoto–Morioka [27], qui implique notre motivation. Dans [27], nous avons complètement caractérisé l'hypoelipticité de l'opérateur

$$(1) \qquad L = D_1^2 + f(x_1)D_2^2 + g(x_1)D_3^2 \quad \text{dans } \boldsymbol{R}^3,$$

où $D_k = -i\partial/\partial x_k$. Nous avons donné la condition nécessaire et suffisante pour l'hypoellipticité de L comme ci-dessous. On fixe $I_0 \subset \boldsymbol{R}$ une intervalle ouverte. Pour une intervalle I et une fonction $h(x)$, on définit h_I par $h_I = (1/|I|)\int_I h$, où $|I|$ est la longeur de I. On dit que la condition (A.1) est vérifiée si

$$(\mathrm{A.1}) \qquad f_I, g_I > 0 \text{ pour toute les intervalles } I \subset I_0.$$

On dit que la condition $(M; f, g)$ est vérifiée si

$$(\mathrm{M;f,g}) \qquad \inf_{\delta>0} \sup\{(f_I)^{1/2}|I|\,|\log g_{3I}| : 3I \subset I_0, g_{3I} < \delta\} = 0.$$

Ici, $3I$ représente l'intervalle dont le centre est commun à celui de I et dont la longeur et trois frois plus grande que celle de I. On définit la condition $(M; g, f)$ en remplaçant mutuellement f et g dans la description de $(M; f, g)$. Nous avons obtenu le résultat suivant.

THÉORÈME (Morimoto–Morioka [27, Théorème 1]). *On suppose* (A.1) *et que $f, g > 0$ sur ∂I_0. Alors, L est hypoelliptique dans $I_0 \times \boldsymbol{R}^2$ si et seulement si $(M; f, g)$ et $(M; g, f)$ sont vérifiées.*

Received January 22, 1996
Revised March 28, 1996