TSUKUBA J. MATH.
Vol. 5, No. 2 (1981). 285—289

# ITÉRATION CONTRÔLÉE DE LA FONCTION $\sigma$

Par

Edmondo BEDOCCHI

Le but de cette note est d'étudier les propriétés des suites définies de la façon suivante: soit $N=\{0,1,2,\cdots\}$ l'ensemble des nombres naturels et soit $\sigma$ la fonction somme des diviseurs, pour tout $n\in N$, $n\geqslant 3$, je pose

$$(*)\qquad \begin{aligned} &S_0(n)=n\,,\\ &S_{k+1}(n)=\begin{cases}\sigma(S_k(n)/2) & \text{si}\quad S_k(n)\quad \text{est pair},\\ \sigma(S_k(n)) & \text{si}\quad S_k(n)\quad \text{est impair}.\end{cases}\end{aligned}$$

Les problèmes que l'on peut traiter relativement à cette famille de suites sont semblables à ceux que l'on étudie relativement aux suites qui en anglais s'appellent 'aliquot sequences'. Avant d'initier l'exposition des résultats que j'ai obtenus pour les suites $(S_k(n))_{k\in N}$, je vais donner quelques définitions.

A) Étant donné la suite $(S_k(n))_{k\in N}$, on dira que le nombre naturel $n$ est le *point initial* de la suite.

B) Soit $m\in N$, on dira que la suite $(S_k(n))_{k\in N}$ *passe* par $m$ s'il existe $j\in N$ tel que $S_j(n)=m$.

C) Soit $(S_k(n))_{k\in N}$ et soit $(S_k(m))_{k\in N}$ deux suites, on dira que $(S_k(n))_{k\in N}$ *passe* par $(S_k(m))_{k\in N}$ s'il existe $j\in N$ pour lequel la suite $(S_k(n))_{k\in N}$ passe par $S_j(m)$.

D) On dira que la suite $(S_k(n))_{k\in N}$ est *périodique* s'il existe $i,j\in N$, $i\neq j$, tels que $S_i(n)=S_j(n)$.

E) Soit $(S_k(n))_{k\in N}$ une suite périodique et soit $(s,t)$ le plus petit élément (dans l'ordre lexicographique de $N\times N$) de l'ensemble $\{(i,j)|i\neq j \text{ et } S_i(n)=S_j(n)\}$. Le mot $S_0(n), S_1(n),\cdots,S_{s-1}(n)$ (s'il existe) s'appellera *partie apériodique* de $(S_k(n))_{k\in N}$ et $s$ *longueur* de la partie apériodique. Le mot $S_s(n), S_{s+1}(n),\cdots,S_{t-1}(n)$ s'appellera *période* de $(S_k(n))_{k\in N}$ et $t-s$ *longueur* de la période.

F) Soit $(S_k(n))_{k\in N}$ une suite périodique. Si la partie apériodique n'existe pas, c'est-à-dire si $s$ du point E) est égal à zéro, on dira que la suite est *immédiatement périodique*.

Je vais exposer maintenant les résultats 'expérimentaux' trouvés.

Received May 7, 1981.