Hokkaido Mathematical Journal Vol. 8 (1979) p. 288-293

Vorgegebene Grenzableitungen auf nichtisolierten Mengen

Kazuo ISHIGURO und Karl ZELLER*)

(Received November 27, 1978)

Einleitung

Die vorliegende Arbeit verfolgt den Zweck, die Anwendungen der Funktionalanalysis auf die Funktionentheorie auszubauen. Es werden analytische Funktionen konstruiert, die auf einer abzählbaren Menge vorgegebene Grenzableitungen annehmen. Die Menge darf dabei nichtisoliert sein, wenn sie bestimmten Bedingungen genügt (siehe unten).

Bisher hat man anscheinend nur isolierte Mengen betrachtet. Nach Vorarbeiten von Ritt und Carleman hat Franklin [**3**] den allgemeinen Fall mit klassischen Methoden behandelt. Eine zusammenfassende Darstellung findet der Leser in Pittnauer [**7**].

Die Theorie unendlicher Gleichungssysteme wurde von Eidelheit [**1, 2**] und Pólya [**9**] zur Konstruktion von gewünschten Funktionen herangezogen. Eidelheit stützt sich dabei auf die Theorie der F-Räume. Seine Untersuchungen wurden von Pittnauer-Zeller [**8**] weitergeführt. Wir knüpfen an die letztere Arbeit an, in der weitere Literaturangaben zu finden sind.

Die Theorie unendlicher Gleichungssysteme wurde von verschiedenen Autoren ausgestaltet. Wir nennen Cooke, Thompson, Baker und Petersen (siehe zum Beispiel [**4, 5, 6**]). Wir stützen uns auf neuere Formulierungen und Beweise des Hauptresultates von Eidelheit, die bei Niethammer-Zeller [**5**] und Meyer-König-Zeller [**4**] zu finden sind.

§ 1. Funktionalanalytische Grundlagen

Mit $\mathscr{F}=[\mathscr{F}\,;\,p_j]$ bezeichnen wir einen F-Raum, dessen Topologie durch die Halbnormen p_j gegeben wird. Eine stetige Linearform L in $\mathscr{F}$ genügt einer Abschätzung der Gestalt

$$\left|L(f)\right|\leqq M\big(p_0(f)+\cdots+p_m(f)\big)\qquad (f\in\mathscr{F})\,.$$

*) Die Verfasser danken der Japan Society for the Promotion of Science für großzügige Unterstützung.