DIE GEOMETRIE DES SYSTEMS DER PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

Von

Akitsugu KAWAGUCHI und Hitoshi HOMBU

Die Geometrie der "paths", welche von der Schule von Princeton entwickelt wurde und ein Übergang von der RIEMANNschen Geometrie zu der einer affinen Übertragung war, ist erst von J. DOUGLAS in dem Falle eines Systems der Differentialgleichungen

$$\text{(1)} \qquad \frac{d^2x^i}{dt^2}+H^i\left(x^j, \frac{dx^j}{dt}\right)=0 \qquad (i, j=1, 2, \ldots, n)$$

erweitert worden ([7](1)). Die Theorie hat sich notwendig auf die Mannigfaltigkeit von Linienelementen bezogen, und wir können die Nützlichkeit dieser Theorie in der von L. BERWALD schon veröffentlichten Theorie der Mannigfaltigkeit mit der FINSLERschen Massbestimmung finden ([1]). Es ist zu beachten, dass J. DOUGLAS in dem Falle des obigen Systems und dem des weiter verallgemeinerten Systems der partiellen Differentialgleichungen

$$\text{(2)} \qquad \frac{\partial^2 x^i}{\partial u^a \partial u^b}+H^i_{ab}\left(x^j, \frac{\partial x^j}{\partial u^c}\right)=0$$

$$(i, j=1, 2, \ldots, n;\ a, b, c=\dot{1}, \dot{2}, \ldots, \dot{K})$$

("K-spreads") nach den zugrundegelegten Gruppen der Koordinaten- und Parametertransformationen die zugehörigen Geometrien mit den Adjektiven *affine, deskriptive, projektive* und *voluminäre* voneinander unterschieden hat ([7], [8]). Da er aber die Invarianz der Systeme unter beliebiger linearer Parametertransformation gefordert hat, musste die Funktionen $H^i\left(x^j, \frac{dx^j}{dt}\right)$ bzw. $H^i_{ab}(x^j, p^j_c)$ in bezug auf $\frac{dx^j}{dt}$ bzw. p^j_c homogen von zweiter Ordnung bzw. homogen in erweitertem Sinne sein. D. D. KOSAMBI ([17]), E. CARTAN ([4]) und danach W. SLEBODZIŃSKI ([21]) haben diese Forderung in dem Falle (1) beiseite-

(1) Man vergleiche die Literatur am Schluss dieser Arbeit.