

LES ESPACES ABSTRAITS ET LES ENSEMBLES ORDONNÉS

Par

Takeshi INAGAKI

Pour étudier le problème de SOUSLIN en se basant sur la théorie des espaces abstraits, j'ai introduit une nouvelle notion dite "O-séparable"⁽¹⁾ et, comme on a vu, la condition nécessaire et suffisante pour que la réponse au problème de SOUSLIN soit affirmative est que tout ensemble ordonné linéairement sans sauts et sans lacunes ne soit pas toujours O-séparable⁽²⁾.

Nous ne connaissons pas actuellement la solution définitive du problème de SOUSLIN, et nous nous contenterons donc à montrer dans le chapitre 1 seulement l'existence des espaces abstraits possédant la propriété O-séparable. De plus, nous pourrions voir que les espaces abstraits donnés qui sont O-séparables donneront une réponse négative à un problème proposé par M.G. KUREPA⁽³⁾. Dans le chapitre 2, nous étudierons d'abord quelques propriétés des espaces abstraits vérifiant le premier axiome de séparabilité (erstes Abzählbarkeitsaxiom) de

(1) Un espace est dit O-séparable lorsqu'il satisfait à deux conditions suivantes :

a) Il existe au moins une suite décroissante des ensembles ouverts du type Ω .

b) Toute suite décroissante des ensembles ouverts est du type inférieur à Ω^2 .

Comme on sait, dans un espace quasiaccessible la propriété O-séparable est équivalente aux conditions suivantes :

a') L'espace considéré est non séparable.

b') Soit $\mathfrak{F} = \{E\}$ une famille des ensembles non séparables de l'espace considéré telle que tous les ensembles sont deux à deux disjoints. Alors il existe une sous-famille $\mathfrak{F}^* = \{E_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) formée d'une infinité dénombrable des ensembles de \mathfrak{F} telle que, pour chaque ensemble E de $\mathfrak{F} - \mathfrak{F}^*$ et pour tout ensemble ouvert $O(E)$ contenant E , la partie commune $O(E) \cdot (\sum_{n=1}^{\infty} E_n)$ n'est pas vide.

Dans ce cas, on dit que l'ensemble E est de O-accumulation de \mathfrak{F}^* et que la famille \mathfrak{F} est O-séparable. Voir ma Note, Le problème de SOUSLIN dans les espaces abstraits, Ces. Jour., t. 8 (1939), p. 41-43.

(2) Ibid., p. 38-43.

(3) G. KUREPA, Les ensembles ordonnés et ramifiés, Publ. Math. Belgrade, 4 (1935), la note (11) au bas de la page 131.