Hokkaido Mathematical Journal Vol. 16 (1987), p. 257～275

Unicite de Cauchy pour des operateurs faiblement hyperboliques

H. BAHOURI & L. ROBBIANO
(Received August 4, 1986)

1. INTRODUCTION.

Nous présentons, dans ce travail, deux théorèmes d'unicité locale du problème de Cauchy pour des opérateurs hyperboliques par rapport à une surface.

L'hyperbolicité par rapport à une surface étant une condition nécessaire pour que le problème de Cauchy soit bien posé (théorème de Lax-Mizohata), la plupart des résultats, concernant ce type d'opérateurs, traitent à la fois la question de l'existence et celle de l'unicité. (Voir Oleĭnik[13], Ivrii-Petkov [8], Hörmander [5], ...).

Dans ce travail, nous avons choisi de nous restreindre à l'étude d'opérateurs $P(y, D_y)$ $(y \in \boldsymbol{R}^{n+1})$ non effectivement hyperboliques par rapport à une surface S. (En ce qui concerne les opérateurs effectivement hyperboliques, on pourra consulter Melrose [12], Iwasaki [9], lvrii [7]). Plus précisément, nous avons fait sur la partie principale les hypothèses d'Hörmander [5] (voir les hypothèses (H_1), (H_2)) et nous nous sommes efforcés d'améliorer les hypothèses portant sur le symbole sous-principal p_1^s pour avoir l'unicité de Cauchy. Pour cela, nous avons introduit une notion généralisée de «principale normalité» faisant intervenir le symbole total p et qui, en quelque sorte, signifie que l'Hamiltonien de Im p_1^s est orthogonal, pour la fome symplectique σ, à la partie involutive de la variété caractéristique Σ.

La méthode employée dans ce papier repose sur la technique classique des inégalités de Carleman.

2. GENERALITES ET NOTATIONS.

2. 1. Invariants.

Dans toute la suite, $P(y, D_y)$ désigne un opérateur différentiel d'ordre deux à cojfficients C^∞ dans un ouvert Ω de $\boldsymbol{R}^{n+1}$ et à symbole principal réel $p_2(y, \eta)$. Et, nous considérons l'unicité du problème de Cauchy pour l'opérateur P avec des données initiales sur la surface $S=\{\varphi(y)=\varphi(y_0)\}$ (où y_0 est un point de Ω et φ est une fonction réelle de $C^\infty(\Omega)$, telle que $d\varphi \neq 0$ sur Ω), non caractéristique pour P.