

Un théorème d'équivalence en géométrie symplectique

Pierre MOLINO

(Received May 8, 1990)

Introduction

La formulation moderne du *problème d'équivalence* d'Elie Cartan pour les structures transitives est due en particulier à C. Ehresmann [4], P. Libermann [12], D. Spencer [17], V. Guillemin [6], V. Guillemin-S. Sternberg [8][9] et I. Singer-S. Sternberg [16]. Rappelons également les contributions dans ce domaine de H. Goldschmidt-D. Spencer [5], A. Kumpera-D. Spencer [11], T. Morimoto [14], et spécialement N. Tanaka [18][19][20]. On utilisera ici les notations et les méthodes développées dans C. Albert-P. Molino [2], auxquels on renvoie pour les détails. Toutes les structures sont supposées de classe C^∞ .

M sera une n -variété modèle munie d'un point base 0, Γ un pseudo-groupe de Lie régulier transitif (PLT) de difféomorphismes locaux de M . Pour $k \geq 1$, soit E_M^k l'orbite de l'action naturelle de Γ sur le fibré $B^k M$ des repères d'ordre k modelés sur M (k -jets en 0 de difféomorphismes locaux de M) qui contient le k -jet 0^k de l'identité. On obtient ainsi la *suite de définition* $E_M^\infty = (E_M^k)_{k \geq 1}$ de Γ , formée de fibrés de repères se projetant les uns sur les autres. Pour tout k , E_M^k est un G_k -sous-fibré principal de $B^k M$, et la restriction à E_M^k de la forme fondamentale θ_M^k de $B^k M$ a pour image en chaque point le même sous-espace m_{k-1} de l'espace $J_0^{k-1} TM$ des $(k-1)$ -jets en 0 de champs de vecteurs sur M . Les champs de vecteurs locaux de M qui engendrent des éléments de Γ sont appelés Γ -champs (locaux). Leurs germes forment un faisceau d'algèbres de Lie appelé *pseudoalgèbre de Lie (PAL) de Γ* , et noté $\mathcal{L}_\Gamma$. Les relevés dans $B^k M$ de ces germes forment un faisceau relevé $\mathcal{L}_\Gamma^k$ admettant pour orbites les composantes connexes de E_M^k . L'espace m_{k-1} n'est autre que l'espace des $(k-1)$ -jets en 0 de Γ -champs. On sait que, si k est supérieur à l'ordre k_0 de Γ , la donnée de E_M^k suffit à déterminer Γ (respectivement $\mathcal{L}_\Gamma$) comme le PLT de ses automorphismes locaux (resp. le faisceau de ses germes d'automorphismes infinitésimaux locaux); si l'on veut, $E_M^{k_0}$ représente les équations de Γ et de $\mathcal{L}_\Gamma$.

Soient maintenant V une autre variété de dimension n , $B^k V$ le fibré