# ÜBER EINEN SATZ VON HERBRAND

Von

Mikao MORIYA

## § 1.

Es sei $k$ ein algebraischer Zahlkörper von endlichem Grade und $K_1$, $K_2$ seien zwei endliche Erweiterungskörper über $k$. Ferner sei $\mathfrak{P}$ ein Primideal aus $K_1K_2$ ($K_1K_2$ ist das Kompositum von $K_1$ und $K_2$), und $\mathfrak{P}_1$ bzw. $\mathfrak{P}_2$ das durch $\mathfrak{P}$ teilbare Primideal aus $K_1$ bzw. $K_2$. Dann bezeichnen wir mit $f_1$ bzw. $f_2$ den Relativgrad von $\mathfrak{P}_1$ bzw. $\mathfrak{P}_2$ nach $k$, und mit $e_1 = e_1^{(0)}p^{m_1}$ bzw. $e_2 = e_2^{(0)}p^{m_2}$ den Exponenten(1) von $\mathfrak{P}_1$ bzw. $\mathfrak{P}_2$ nach $k$, wobei $p$ die durch $\mathfrak{P}$ teilbare Primzahl ist und $(e_1^{(0)}, p) = 1$, $(e_2^{(0)}, p) = 1$ sind. Ferner bezeichnen wir mit $f$, $e = e^{(0)}p^m$ resp. den Relativgrad, den Exponenten von $\mathfrak{P}$ nach $K_2$, wobei $(e^{(0)}, p)=1$ gesetzt ist.

Es fragt sich nun, wie der Relativgrad $f$ bzw. der Exponent $e$ durch $f_1$ und $f_2$ bzw. durch $e_1$ und $e_2$ bestimmt wird. Als eine Antwort für diese Frage hat HERBRAND in einer Arbeit(2) folgenden Satz angegeben:

$$(A)\quad \begin{cases} \textit{1.)}\quad e_1 \textit{ ist durch } e \textit{ teilbar.} \\ \textit{2.)}\quad f = \dfrac{f_1}{(f_1, f_2)}. \\ \textit{3.)}\quad e^{(0)} = \dfrac{e_1^{(0)}}{(e_1^{(0)}, e_2^{(0)})}. \end{cases}$$

Aber leider steckt im Beweis dieses eleganten Satzes ein Fehler. Deshalb führt der obige Satz, wie gleich gezeigt wird, zu Widerspruch.

(1) D.h. $\mathfrak{p}_1$ bzw. $\mathfrak{p}_2$ ist genau durch $\mathfrak{P}_1^{e_1}$ bzw. $\mathfrak{P}_2^{e_2}$ teilbar.

(2) HERBRAND, Théorie arithmétique des corps de nombres de degré infini, Math. Ann., Bd. 106 (1932), S. 489, Lemme 2. Ich bezeichne diese Arbeit mit H.I.

Journal of the Faculty of Science, Hokkaido Imp. Univ., Ser. I, Vol. IV, No. 4, 1936.