ALGEBRAISCHE FUNKTIONENKÖRPER UND RIEMANNSCHE FLÄCHEN

Von

Mikao MORIYA

EINLEITUNG

Im Gange der historischen Entwicklung der Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen traten die funktionentheoretische und die geometrische Methode ziemlich früh, zur Zeit von ABEL und JACOBI, in die Erscheinung; dagegen wurde die arithmetische Methode verhältnismäßig spät, erst gegen Ende des vorigen Jahrhunderts, eingeführt. Obwohl man schon in den Arbeiten von R. DEDEKIND – H. WEBER(1) und K. HENSEL – G. LANDSBERG(2) den Keim der heutigen algebraischen und arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen spürt, so ist sie doch als eine eigene Theorie erwachsen, erst nachdem die Algebra in diesem Jahrhundert einen großen Aufschwung erfahren hat. Heute versteht man im weitesten Sinne unter der arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen, ohne Benutzung des Kontinuitätsbegriffes, die Arithmetik in den Körpern vom Transzendenzgrad 1 über einem Grundkörper. Während sich aber diese Theorie selbständig entwickelt hat, hat man es ziemlich vernachläßigt, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Theorien klar hervortreten zu lassen.

Die vorliegende Arbeit soll als ein kleiner Beitrag zur Überbrückung der modernen arithmetischen und klassischen Theorie der algebraischen Funktionen dienen. Im ersten Paragraphen zeige ich, wie man, von einem algebraischen Funktionenkörper ausgehend, zum Begriff der topologischen RIEMANNschen Fläche gelangen kann. Dazu

(1) R. DEDEKIND und H. WEBER, Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen, Journ. f. d. r. u. a. Math., Bd. 92 (1882), S. 181–290; DEDEKIND's gesammelte math. Werke, 1. Bd. (1930), S. 238–349.

(2) K. HENSEL und G. LANDSBERG, Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen, Leipzig (1902).