Hokkaido Mathematical Journal Vol. 6 (1977) p. 10-15

Matrixtransformationen quasikonvexer Folgen

Von Michael STIEGLITZ und Hubert TIETZ

(Received December 12, 1975)

1. Einleitung. Als Folgerung aus einem sehr allgemeinen Satz über Matrixabbildungen zwischen Folgenräumen haben Jakimovski und Livne [7] eine Charakterisierung derjenigen Matrizen erhalten, die jede quasikonvexe, konvergente Folge in eine konvergente Folge transformieren. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, wie sich durch Kombination der Methode von Jakimovski und Livne mit einem Ergebnis von Bennett [1] die Matrizen charakterisieren lassen, die den Raum der quasikonvexen, konvergenten Folgen in einen beliebigen FK-Raum überführen.

2. Definitionen und Bezeichnungen. Ein F-Raum $E=(E, p_{\mu})$ ist ein lokalkonvexer, vollständiger Raum E, dessen Topologie von einer totalen Folge von Halbnormen $\{p_{\mu}\}$ erzeugt wird. Ein FK-Raum (E, p_{μ}) ist ein F-Raum, dessen Träger E ein Folgenraum ist und in dem die Koordinatenfunktionale stetig sind. Ist ein FK-Raum sogar ein Banach-Raum, so heißt er ein BK-Raum. (Näheres über FK-Räume findet man bei Zeller und Beekmann [11] und Wilansky [9].)

Wir bringen einige im folgenden benötigte Beispiele von BK-Räumen. Bei den auftretenden Folgen $x=\{x_n\}$ und Reihen $\sum_n x_n$ komplexer Zahlen soll, wenn nichts Besonderes gesagt ist, der Folgen- bzw. Summationsindex stets von o an laufen. Folgenglieder und Matrixelemente mit einem negativen Index sind gleich o zu setzen. Es sei

$m:=\{x: \sup_n |x_n| \angle \infty\}$ der Raum der beschränkten Folgen,

$c:=\{x: \ni \xi \text{ mit } \lim_n x_n=\xi\}$ der Raum der konvergenten Folgen,

$c_0:=\{x: \lim_n x_n=0\}$ der Raum der Nullfolgen,

$bv:=\{x: \sum_n |x_n-x_{n-1}| \angle \infty\}, \qquad bv_0:=bv \cap c_0,$

$l^p:=\{x: \sum_n |x_n|^p \angle \infty\} \ (1 \leqq p \angle \infty), \qquad l:=l^1,$

$q^{\alpha}:=c \cap \left\{x: \sum_n \binom{n+\alpha-1}{n} |\Delta^{\alpha} x_n| \angle \infty\right\}$ mit $\alpha=1, 2, \cdots$ und

$\Delta^{\alpha} x_n:=\sum_{k=0}^{\alpha}(-1)^k \binom{\alpha}{k} x_{n+k}$. Die Folgen aus

$Q^{\alpha}:=\left\{x: \sum_n \binom{n+\alpha-1}{n} |\Delta^{\alpha} x_n| \angle \infty\right\}$ heißen *quasikonvex von der*