Hokkaido Mathematical Journal Vol. 20 (1991) p. 425-440

Tauber-Bedingungen für Potenzreihenverfahren und bewichtete Mittel

Von Hubert TIETZ
(Received January 10, 1989, Revised November 19, 1990)

1. Einleitung.

Es sei $\{p_n\}_{n=0}^{\infty}$ eine Folge nichtnegativer Zahlen mit $p_0>0$ und

(1.1) $\qquad P_n:=p_0+\ldots+p_n\rightarrow\infty,$

für welche die Potenzreihe

(1.2) $\qquad p(x):=\sum_{n=0}^{\infty}p_nx^n$

den Konvergenzradius 1 hat. Die Folge $s=\{s_n\}_{n=0}^{\infty}$ komplexer Zahlen heißt J_p-limitierbar zum Wert σ (J_p-$\lim s_n=\sigma$), wenn die Reihe

(1.3) $\qquad p_s(x):=\sum_{n=0}^{\infty}p_ns_nx^n$

für $0<x<1$ konvergiert und $\lim_{x\rightarrow 1-}p_s(x)/p(x)=\sigma$ gilt. Die Folge s heißt M_p-limitierbar zum Wert σ (M_p-$\lim s_n=\sigma$), wenn für die Folge $t=\{t_n\}_{n=0}^{\infty}$, mit

(1.4) $\qquad t_n:=P_n^{-1}\sum_{\nu=0}^{n}p_\nu s_\nu,$

$\lim t_n=\sigma$ gilt. Die Verfahren J_p und M_p sind wegen (1.1) permanent, d. h., sie limitieren jedes $s\in c$, dem Raum der konvergenten Folgen, zum Wert $\lim s_n$, und aus M_p-$\lim s_n=\sigma$ folgt stets J_p-$\lim s_n=\sigma$ (Ishiguro [6]), aber nicht umgekehrt. Unter geeigneten zusätzlichen Bedingungen für die Folge s kann man jedoch von M_p-$\lim s_n=\sigma$ auf $\lim s_n=\sigma$, von J_p-$\lim s_n=\sigma$ auf M_p-$\lim s_n=\sigma$ oder sogar von J_p-$\lim s_n=\sigma$ auf $\lim s_n=\sigma$ zurückschließen. Wir werden solche Bedingungen, falls einer der eben genannten Fälle vorliegt, eine Tauber-Bedingung (TB) vom $M_p\rightarrow c$-Typ, vom $J_p\rightarrow M_p$-Typ bzw. vom $J_p\rightarrow c$-Typ nennen. Für $p_n:=1$ ist (das Potenzreihenverfahren) J_p das Abel-Verfahren A_1. Hierfür gilt zum Beispiel der folgende