Michigan Math. J. 54 (2006)

Solutions Fondamentales et Estimations Optimales pour l'Opérateur de Cauchy–Riemann Tangentiel

Moulay Youssef Barkatou &
Christine Laurent-Thiébaut

Dans le cadre de l'étude de l'opérateur de Cauchy–Riemann tangentiel sur les variétés Cauchy–Riemann (CR), il est particulièrement intéressant d'obtenir des estimations optimales pour la résolution de l'équation $\bar\partial_b u = f$ ainsi que des théorèmes de régularité.

Dans cet article nous considérons le cas d'une variété CR générique q-concave M de codimension réelle k, plongée dans $\mathbb{C}^n$ et nous construisons un noyau R_M sur M, qui possède des propriétés analogues au noyau de Bochner-Martinelli dans $\mathbb{C}^n$. Le résultat principal est le théorème suivant:

Théorème 0.1. *Soient M une variété CR générique q-concave, de codimension réelle k, de classe $\mathcal{C}^3$ plongée dans $\mathbb{C}^n$ et z_0 un point de M. Il existe un voisinage U_{z_0} de z_0 dans M et un noyau R_M tel que si Ω est un domaine à bord $\mathcal{C}^1$ relativement compact dans $M \cap U_{z_0}$ alors*

(i) *Si f est une (n,r)-forme de classe $\mathcal{C}^1$ dans $\bar\Omega$, $n-k-q+1 \le r \le n-k$, on a la formule suivante au sens des courants sur M*

$$(-1)^{(k+1)(r+n)+\frac{k(k+1)}{2}} f(z) = \bar\partial_b \int_{\zeta\in\Omega} f(\zeta)\wedge R_M(z,\zeta) + (-1)^{k+1}\int_{\zeta\in\Omega} \bar\partial_b f(\zeta)\wedge R_M(z,\zeta) + (-1)^k \int_{\zeta\in\partial\Omega} f(\zeta)\wedge R_M(z,\zeta).$$

(ii) *Si f est une (n,r)-forme de classe $\mathcal{C}^1$ dans $\bar\Omega$, $0 \le r \le q-1$, on a la formule suivante au sens des courants sur M*

$$(-1)^{(k+1)(r+n)+\frac{k(k+1)}{2}} f(\zeta) = \bar\partial_b \int_{z\in\Omega} f(z)\wedge R_M(z,\zeta) + (-1)^{k+1}\int_{z\in\Omega} \bar\partial_b f(z)\wedge R_M(z,\zeta) + (-1)^k \int_{z\in\partial\Omega} f(z)\wedge R_M(z,\zeta).$$

Received June 10, 2005. Revision received September 27, 2005.