Lemmes de Multiplicités et T-Modules

LAURENT DENIS

1. Motivations

Yu a démontré dans [Y5] un lemme de multiplicités et l'analogue du théorème du sous-groupe linéaire de G. Wüstholz (résultats également annoncés dans [Y6]) sur des T-modules apparaissant dans la théorie d'Anderson [A]. Ce lemme a de nombreux et importants corollaires en particulier quand on l'applique à des problèmes de transcendance en caractéristique finie.

Outre les résultats sur l'analogue du théorème de Baker pour les combinaisons linéaires de logarithmes de points algébriques sur les modules de Drinfeld et l'obtention des relations de dépendance linéaire à coefficients algébriques entre valeurs de la fonction zéta de Carlitz obtenu par Yu dans [Y5], ce résultat fut aussi utilisé pour prouver l'indépendance algébrique de nombres naturellement associés aux modules de Carlitz et de Drinfeld (voir [BBT]; D_i $(1 \leq i \leq 6)$, T_j $(1 \leq j \leq 2)$).

Un usage multihomogène du résultat de Yu est également fait dans [D6] et [D7]. Bien que la preuve de ce dernier résultat (voir précisions au paragraphe 2) se déduise implicitement de la démonstration donnée dans [Y5], il convient de donner un énoncé général recouvrant toutes les applications actuelles. C'est ce que nous ferons ici.

On raffine également l'énoncé de [Y5] dans deux autres directions. Tout d'abord le progrès fait par Philippon dans [P3] dans le décompte des multiplicités est ici adapté: un $m!$ (où m désigne la dimension du sous-groupe analytique suivant lequel on dérive) est enlevé dans l'énoncé du lemme de multiplicités. Ensuite on prouve que le sous-T-module obstructeur dont le degré minore celui du polynôme de départ est contenu dans la variété des zéros de ce même polynôme. On en profitera aussi pour voir que certaines des hypothèses portant sur les T-modules eux-mêmes ne sont pas nécessaires à la preuve d'un lemme de multiplicités convenable pour les applications notamment transcendantes. A titre d'illustration, l'énoncé obtenu sera utilisé au paragraphe 3 pour prouver un résultat d'indépendance algébrique entre divers points attachés à des modules de Drinfeld. Ce dernier résultat prolonge un résultat de [D6].

Received March 10, 1995. Revision received October 24, 1995.
Michigan Math. J. 43 (1996).