Résolution de $\bar\partial$ sur des Portions de Sphères ou d'Anneaux

LILIANE BITAR

Il est bien connu (cf. en particulier [6]) que sur la sphère unité S_n de $\mathbf{C}^n$, $n>1$, le $\bar\partial_b$-problème est résoluble sauf pour le degré critique $n-1$.

Dans l'article [12] Rosay démontre que si g est une $(0,q)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ et $\bar\partial_b$-fermée sur la partie de S_n définie par $|Z_1|<\frac{1}{2}$, avec $1\le q\le n-3$, alors il existe u une $(0,q-1)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ telle que $\bar\partial_b u=g$ sur cette partie. Et il donne un contre-exemple pour $q=n-2$. Il démontre aussi la résolubilité de $\bar\partial_b$ sur les parties de S_n définies par $|Z_1|>\frac{1}{2}$, pour $q=1,\dots,n-2$.

Dans ce travail, on s'intéresse à des ouverts Σ de S_n définis par $|Z_1|^2+\cdots+|Z_k|^2<\frac{1}{2}$, et on en déduira la résolubilité de l'équation $\bar\partial$ dans des portions d'anneaux θ définies par $1<|Z|<2$ et $|Z_1|^2+\cdots+|Z_k|^2<\frac{1}{2}$ avec $1\le k\le n-1$.

On démontrera les théorèmes suivant, pour $n\ge 4$:

THEOREME 1. *Soit g une $(0,q)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ et $\bar\partial_b$-fermée sur Σ, $q\in\{1,\dots,n-3\}$.*

Si $q\notin\{n-k-1,\ n-k,\ n-k+1\}$, alors il existe u une $(0,q-1)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ telle que

$$\bar\partial_b u=g \quad \text{sur } \Sigma. \tag{0.1}$$

Si $q=n-k+1$, on peut résoudre (0.1) *sur toute partie relativement compacte de Σ.*

Si $q=n-k-1$, l'équation (0.1) *n'est pas résoluble sur Σ.*

THEOREME 2. *Soit g une $(0,q)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ et $\bar\partial$-fermée dans θ, $q\in\{1,\dots,n-3\}$.*

Si $q\notin\{n-k-1,\ n-k,\ n-k+1\}$, alors il existe u une $(0,q-1)$-forme $\mathcal{C}^\infty$ dans θ telle que

$$\bar\partial u=g \quad \text{dans } \theta. \tag{0.2}$$

Si en plus g se prolonge $\mathcal{C}^\infty$ sur les parties de la frontière $|Z|=1$ ou 2, alors il existe u une solution $\mathcal{C}^\infty$ dans θ de (0.2) *qui se prolonge $\mathcal{C}^\infty$ sur $|Z|=1$ ou 2.*

Si $q=n-k+1$, on peut résoudre (0.2) *dans toute partie relativement compacte dans θ.*

Si $q=n-k-1$, l'équation (0.2) *n'est pas résoluble.*

Received June 8, 1989.
Michigan Math. J. 37 (1990).