

NOUVEAUX LEMMES DE ZÉROS DANS LES GROUPES ALGÈBRIQUES COMMUTATIFS

PATRICE PHILIPPON

ABSTRACT. The aim of this paper is to generalize and improve the results in [10] (and [11]), mainly with respect to derivations. We allow vanishing conditions along analytic germs not necessarily uniform on the points, and we use Samuel's multiplicity to count the number of conditions. This leads to an estimate which is sharper than the previous ones by a factor equal to the factorial of the dimension of the analytic germ.

1. Introduction. Le but de ce texte est de généraliser et raffiner les résultats de [10] et [11], principalement en ce qui concerne les dérivations. Ainsi, nous considérons des conditions d'annulation le long de germes analytiques un peu plus généraux que dans [10] (*voir* aussi [11]) et pas nécessairement uniformes en tous les points.

Le raffinement intervient dans le décompte des conditions d'annulation. De ce point de vue le défaut de [10] réside dans la proposition 4.7 où l'on utilise la notion de longueur comme multiplicité d'un idéal primaire. Nous remplaçons ici cette notion par celle de multiplicité de Samuel (*cf.* §4) qui permet de gagner essentiellement une factorielle de la dimension du sous-groupe analytique par rapport à l'estimation de [10]. Il faut noter que ce raffinement a été aussi remarqué par M. Laurent. En revanche nous ne sommes pas parvenu à incorporer dans notre présent contexte (plus précisément lorsque la caractéristique est $\neq 0$) le raffinement de [4], à savoir supprimer le degré des formules d'addition dans l'estimation finale (ce qui laisse dans la pratique un facteur 2^g , où g est la dimension du groupe algébrique, indésirable).

Nous donnons au paragraphe suivant les notations et résultats généraux. Les paragraphes 3 à 5 reprennent en partie [10] (et [11]) pour tout ce qui concerne les dérivations et le paragraphe 6 contient les

Received by the editors on February 18, 1995 and in revised form on November 11, 1995.

1991 *Mathematics Subject Classification.* Primary 11J81, 14L10. Secondary 13C15.

Copyright ©1996 Rocky Mountain Mathematics Consortium