ROCKY MOUNTAIN
JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 26, Number 3, Summer 1996

SUR QUELQUES CONSÉQUENCES DE LA CONJECTURE (abc) EN ARITHMÉTIQUE ET EN LOGIQUE

MICHEL LANGEVIN

Au Professeur Wolfgang Schmidt, en l'honneur de son $60^{\text{ème}}$ *anniversaire*

ABSTRACT. We recall the following problem of P. Erdős and A. Woods whose solution would be of interest in number theory and in logic:

Does there exist an integer $k > 2$ with the following property: "If x and y are positive integers such that, for $1 \leq i \leq k$, the two numbers $x+i$ and $y+i$ have the same prime factors, then $x = y$"? (A. Woods showed the equivalence of this problem with an open question of J. Robinson about definability of arithmetic by comprimeness and successor function.)

We show how to deduce from the (abc) conjecture of J. Oesterlé and D. Masser a solution for the following extension of this open problem (the result can be improved when d and d' are fixed): if x, y, d and d' are positive integers (with $\operatorname{lcd}(x,d) = \operatorname{lcd}(y,d') = 1$, $(x,d) \neq (y,d')$) such that, for $1 \leq i \leq 5$, $(x+id)$ and $(y+id')$ have the same prime factors, then (x,y,d,d') belongs to a finite set.

1. Le problème initial et ses généralisations; plan de l'exposé.

Notations. On note u la fonction radical (ou plus grand diviseur sans facteur carré, support...) définie sur les entiers. On a ainsi, en réservant la lettre p aux nombres premiers: $u(n) = \prod_{p|n} p$.

Intéressant doublement au titre de la théorie des nombres et de la logique puisque équivalent avec une conjecture plus ancienne de J. Robinson sur la constructibilité de l'arithmétique par les fonctions coprimarité et successeur, le problème de P. Erdős et A. Woods est le suivant (cf. [**8**]):

Received by the editors on October 21, 1994, and in revised form on November 3, 1995.
M.R. Class. 11A99, 11D99, 11J87, 11U99.