ROCKY MOUNTAIN
JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 29, Number 1, Spring 1999

ENSEMBLE DE CONVERGENCE

GILBERT MURAZ

RÉSUMÉ. Pour quel sous-ensemble K de Γ, groupe dual du groupe l.c.a G, la convergence pour $\gamma \in K$ des séries partielles $\sum_{n\in N_\gamma} a_n$, où $N_\gamma = \{n \in \mathbf{N}, (\langle g_n,\gamma\rangle + \overline{\langle g_n,\gamma\rangle})/2 > \alpha\}$, $\{g_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ fixée dans G implique la convergence de la série $\sum_{n\in\mathbf{N}} a_n$? Le comportement de la mesure des ensembles $\{\gamma \in K, (\langle g,\gamma\rangle + \overline{\langle g,\gamma\rangle})/2 > \alpha\}$ lorsque g parcourt G permet d'appporter des solutions.

Le but de ce travail est de démontrer dans le cadre général des groupes localement compacts abéliens, le résultat proposé comme problème 6632, American Mathematical Monthly, 1990 [**3**] pour $G = \mathbf{T}$ ou dans [**9**] pour $G = \mathbf{R}^n$.

L'origine de ce problème est l'étude du domaine d'extension maximal [**10**] de l'opérateur intégral

$$c(u)(\gamma) = \int_{g\in G} \frac{\langle g,\gamma\rangle + \overline{\langle g,\gamma\rangle}}{2} u(g)\, dg$$

où G est un groupe localement compact abélien et Γ son groupe de caractères. Le cas $G = \mathbf{R}$ est traité dans [**6**]. Des applications à la converegnce des séries $\sum_{n\in\mathbf{N}} a_n(\langle g_n,\gamma\rangle + \overline{\langle g_n,\gamma\rangle})/2$ sont données, en particulier une version des classiques théorèmes de Lusin-Denjoy [**1, 2, 4, 11**] et de Salem [**1, 8**]. Des résultats généraux analogues au cas $\Gamma = \mathbf{R}$ ou $\mathbf{T}$ peuvent être obtenus de la même façon.

Par définition, un caractère $\gamma \in \Gamma$ définit sur G une fonction à valeurs dans le tore $\mathbf{T} = \{e^{i\theta}, \theta \in\,]-\pi, +\pi]\}$ notée $\langle g,\gamma\rangle$.

Réciproquement, par le théorème de Pontryagin [**7**] le groupe de caractères de Γ s'identifie à G. La topologie sur G est définie à partir d'une base de voisinages élémentaires de l'origine de la forme

$$V_{C,\alpha} = \{g \in G, \langle g,\gamma\rangle \in I_\alpha \text{ pour tout } \gamma \in C\}$$

Received by the editors on July 10, 1995, and in revised form on December 7, 1996.